Fotonové rakety

Jiří Podolský

ÚTF MFF UK

seminář

březen 2012

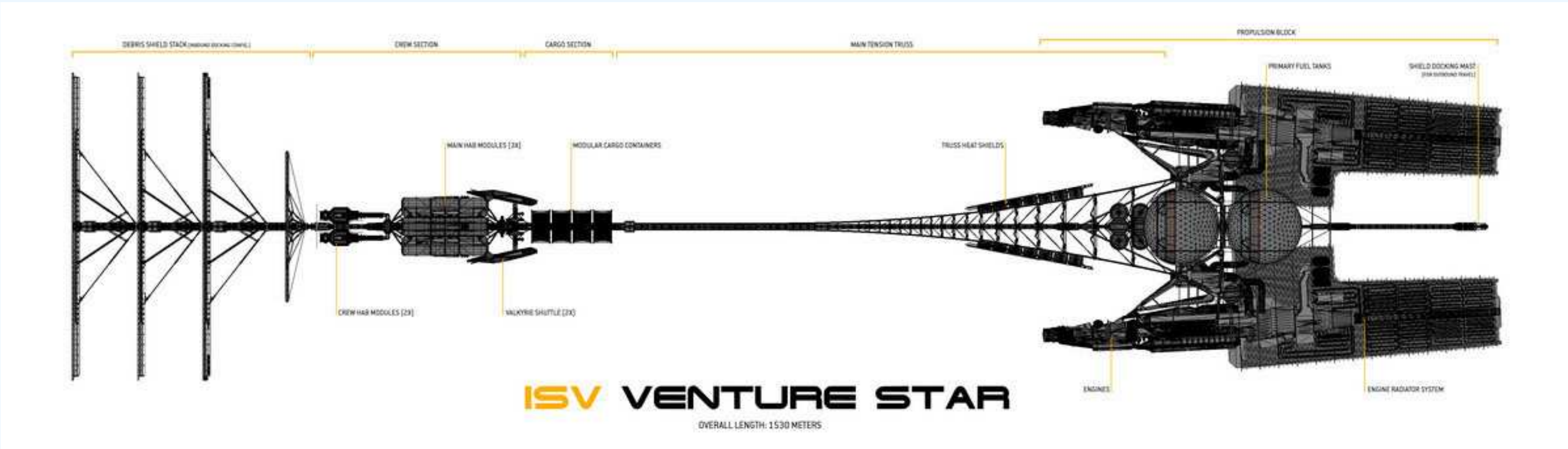
obsah

- prolog: science fiction motivace
- hlavní téma: popis zrychleného pohybu v
  - ⋆ newtonovské mechanice
  - ⋆ speciální teorii relativity
  - ⋆ obecné teorii relativity
- epilog: jsou fotonové rakety fyzikálně realizovatelné?

prolog: science fiction motivace

snění o cestách ke hvědám

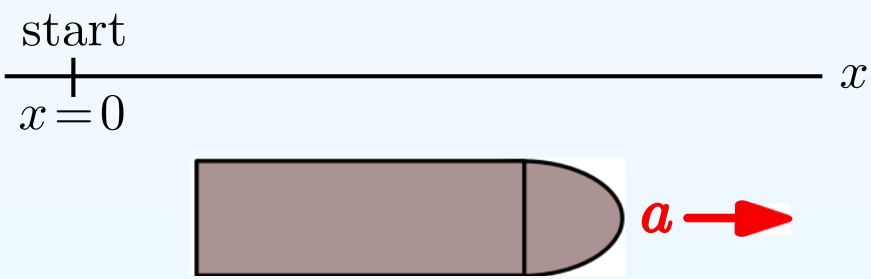
klasické příběhy bezpočtu SF autorů: romány, povídky, filmy & TV seriály



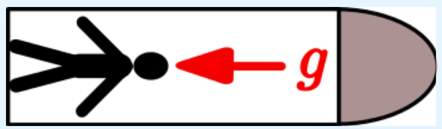
hlavní téma: pohyb s konstatním zrychlením g

nejjednodušší model pohybu rakety:

kosmická loď hmotnosti m_0 je urychlována se zrychlením $a = g = 9,81\,ms^{-2}$
stále ve stejném směru podél osy x $[x(0) = 0, v(0) = 0]$



dle Einsteinova principu ekvivalence cítí astronauti v lodi konstantní gravitační pole g



Newton: klasická mechanika

pohybová rovnice:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = F \qquad \text{kde} \qquad p = m_0\, v} \quad \text{přičemž} \quad \boxed{v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$$

opravdu platí $F = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m_0\, v)}{\mathrm{d}t} = m_0 \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m_0\, a = m_0\, g = G$

integrace pohybu:

- zrychlení $\boxed{a = g}$
- rychlost $\boxed{v(t) = \int a\ \mathrm{d}t = g\, t}$
- vzdálenost $\boxed{x(t) = \int v\ \mathrm{d}t = \frac{1}{2} g\, t^2}$

závěr:

rychlost i vzdálenost rostou nade všechny meze

v může překonat rychlost světla c, a to v čase $t = \dfrac{c}{g} \doteq 3 \times 10^7$ s $\doteq 1$ rok

Einstein: speciální teorie relativity

pohybová rovnice $\boxed{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = F = m_0\, g}$ vypadá stejně, ALE:

- setrvačná hmotnost není konstanta m_0, ale platí

$\boxed{p = mv}$ kde $\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$

pro $v \to c$ je $m \to \infty$
a tudíž nelze překonat c

- čas není absolutní, ale plyne různě pro
  - ⋆ běžný čas t na Zemi — inerciální systém vně rakety
  - ⋆ vlastní čas τ astronautů — neinerciální systém uvnitř rakety

vzájemný vztah: $\boxed{\mathrm{d}\tau = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ \mathrm{d}t}$

pro $v = 0$ je $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}t$
pro $v \to c$ je $\mathrm{d}\tau \to 0$

pohybová rovnice: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m_0\, v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = m_0\, g$ $\underset{\text{integrací}}{\Rightarrow}$ $\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = g\, t$

zrychlený pohyb ve speciální teorii relativity

- rychlost $$\boxed{v(t)=\frac{g\,t}{\sqrt{1+\left(\frac{g}{c}\,t\right)^2}}}$$

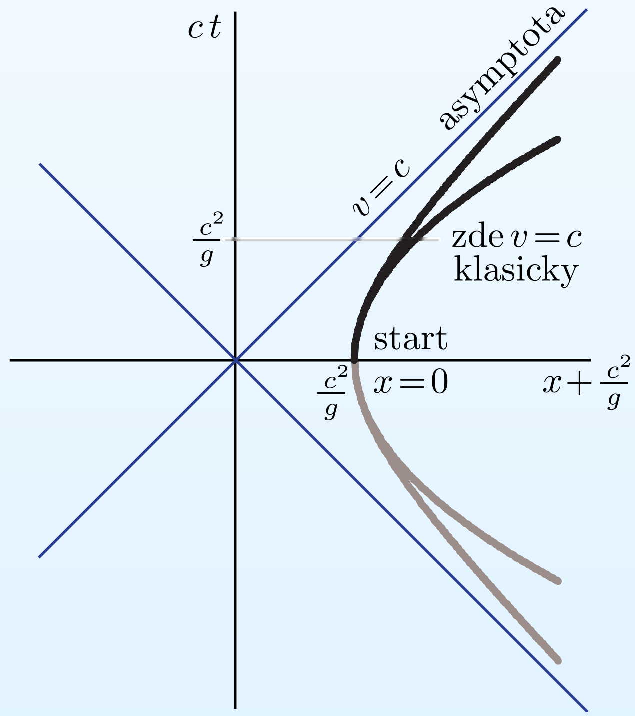
pro $t \doteq 0$ je $v \doteq g\,t$ OK!
pro $t \to \infty$ je $v \to c$ OK!

- vzdálenost $$\boxed{x(t)=\frac{c^2}{g}\left(\sqrt{1+\left(\frac{g}{c}\,t\right)^2}-1\right)}$$

pro $t \doteq 0$ je $x \doteq \frac{1}{2}gt^2$ OK!
pro $t \to \infty$ je $x \to c\,t$ OK!

dolet rakety měřený pozemským časem
jednoduchou úpravou lze přepsat do tvaru:

$$\boxed{\left(\frac{x+\frac{c^2}{g}}{\frac{c^2}{g}}\right)^2-\left(\frac{c\,t}{\frac{c^2}{g}}\right)^2=1}$$



znázornění v prostoročasovém diagramu (x, ct):

světočára rakety je rovnoosá hyperbola

pozemský čas t versus vlastní čas astronautů τ

Lorentzův faktor

$$\boxed{\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{1+\left(\frac{g}{c}\,t\right)^2}}$$

efekty STR se projeví jakmile $\frac{g}{c}t \approx 1$, tedy zhruba po 1 roce

integrací $\tau = \int \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,\mathrm{d}t$ dostáváme

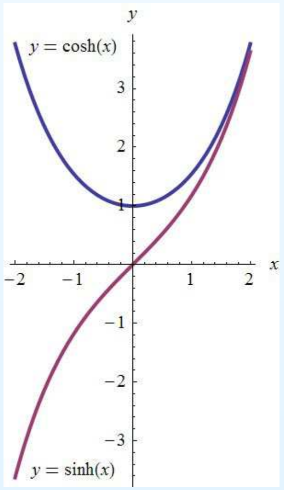
- pozemský čas $\boxed{\frac{g}{c}\,t = \sinh\left(\frac{g}{c}\,\tau\right)}$ $\qquad t_{\text{roku}} \doteq \sinh \tau_{\text{roku}}$

- vzdálenost $\boxed{x(\tau) = \frac{c^2}{g}\left[\cosh\left(\frac{g}{c}\,\tau\right) - 1\right]} = \frac{c^2}{g}[\gamma - 1]$

- rychlost $\boxed{v(\tau) = c\,\tanh\left(\frac{g}{c}\,\tau\right)}$

hyperbolické funkce:

$$\sinh z \equiv \tfrac{1}{2}(e^z - e^{-z})$$
$$\cosh z \equiv \tfrac{1}{2}(e^z + e^{-z})$$
$$\tanh z \equiv \frac{\sinh z}{\cosh z}$$



$$\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$$
$$\sinh z \rightarrow \tfrac{1}{2}e^z \leftarrow \cosh z$$

pár číselných výsledků pro ilustraci

vztah mezi vlastním časem τ astronautů a t, x, γ je prakticky exponenciální:

čas v raketě τ	čas na Zemi t	dolet x	Lorentzův faktor γ
5 roků	85 roků	84 světelených let	87
10 roků	14 780 roků	14 779 světelených let	15 262
15 roků	2 582 156 roků	2 582 155 světelených let	2 666 401

- blízké hvězdy: 10 světelných let
- Galaxie: ∅ 100 tisíc světelných let
- galaxie v Andromedě M31: 2,4 milionu světelných let

je zapotřebí nepředstavitelné množství energie: také roste exponenciálně

$$\boxed{E(\tau) = F\,x(\tau) = m_0 c^2 \left[\cosh\left(\frac{g}{c}\,\tau\right) - 1\right] = m_0 c^2\,(\gamma - 1)}$$

za 1 rok vyrobí všechny elektrárny světa 25 PWh energie $= 10^{20}$ J (=20%)

klidová energie kosmické lodi hmotnosti 1000 tun je $m_0 c^2 = 10^{23}$ J

přesné řešení fotonové rakety v obecné teorii relativity

model libovolně zrychlující rakety uvažující:

- ⋆ úbytek hmoty vyzařováním fotonů
- ⋆ gravitační pole rakety i fotonů
- ⋆ libovolnou dimenzi prostoročasu D
- ⋆ libovolnou kosmologickou konstantu Λ

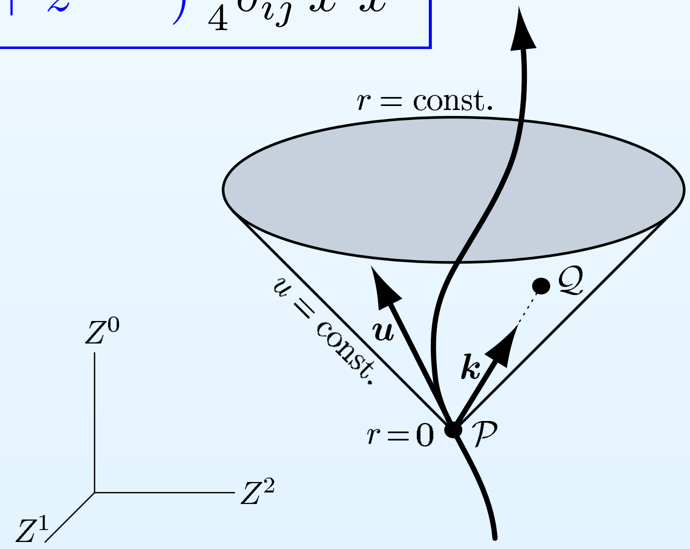
$$\boxed{\mathrm{d}s^2 = \frac{r^2}{P^2}\,\delta_{ij}\,\mathrm{d}x^i\,\mathrm{d}x^j - 2\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}r - \left[1 - 2\,r(\ln P)_{,u} - \frac{2\,\Lambda}{(D-2)(D-1)}\,r^2 - \frac{2\,m(u)}{r^{D-3}}\right]\mathrm{d}u^2}$$

kde $\boxed{P(u,x^i) = (\dot z^0 - \dot z^{D-1}) - (\delta_{ij}\,\dot z^j)\,x^i + (\dot z^0 + \dot z^{D-1})\,\tfrac{1}{4}\delta_{ij}\,x^i x^j}$

fyzikální interpretace:

- let podél libovolné trajectorie $z^\alpha(u)$
- $[\,\dot z^0(u), \dot z^1(u), \ldots, \dot z^{D-1}(u)\,]$ jsou složky rychlosti $\boldsymbol{u}$
- $m(u)$ je hmotnost rakety jako funkce času
- pole fotonů je $\boxed{T_{\alpha\beta} = n^2(x^i,u)\,r^{2-D}\,k_\alpha k_\beta}$ kde

$$\boxed{\frac{8\pi}{D-2}\,n^2 = -m_{,u} + (D-1)\,m\,(\ln P)_{,u}} \qquad \boldsymbol{k} = \partial_r$$



$r = 0$ je poloha rakety v čase u

speciálně objekt je v klidu: $\dot{z}^0 = 1,\ \dot{z}^j = \dot{z}^{D-1} = 0 \ \Rightarrow \quad P = 1 + \frac{1}{4}\,\delta_{ij}\,x^i x^j$

sféricky symetrické vakuové řešení $m =$ konst: Schwarzschild

literatura:

- W. Kinnersley,
  Field of an arbitrarily accelerating point mass
  Phys. Rev. **186** (1969) 1335–1336

- W. B. Bonnor,
  The photon rocket
  Class. Quantum Grav. **11** (1994) 2007–2012

- radiation properties:
  Damour (1995), von der Gönna and Kramer (1998), Cornish (2000)
  ...

- J. Podolský,
  Photon rockets moving arbitrarily in any dimension
  Int. J. Mod. Phys. D **20** (2011) 335–360
  gr-qc1006.1583 na adrese `http://arxiv.org/abs/1006.1583`

fotonová raketa zrychlující v jednom směru $(D=4)$

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1 - \frac{2\,m(u)}{r} - \frac{\Lambda}{3}\,r^2 - 2\,\alpha(u)\,r\,\cos\vartheta - \alpha^2(u)\,r^2\sin^2\vartheta\right)\mathrm{d}u^2$$
$$-2\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}r + 2\,\alpha(u)\,r^2\sin\vartheta\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}\vartheta + r^2\left(\mathrm{d}\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,\mathrm{d}\phi^2\right)$$

popisuje přímý let se zrychlením $\alpha(u)$

- příslušný vyzařovací diagram fotonů je

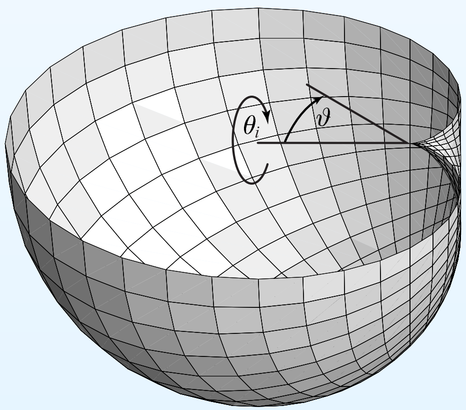
$$n^2(u,\vartheta) = \tfrac{1}{2\pi}\left(-m_{,u}\right)\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

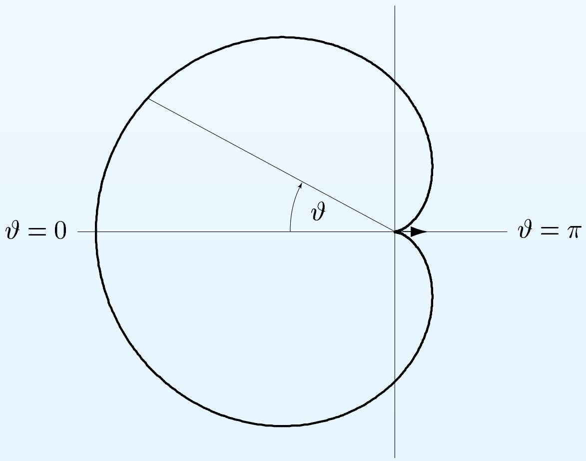
- hmotnost rakety klesá exponenciálně

$$m(u) = m_0\,\exp\left[-3\int\alpha(u)\,\mathrm{d}u\right]$$

- závisolst na konečné rychlosti v je

$$\frac{m(v)}{m_0} = \left(\frac{1-v}{1+v}\right)^{3/2} \qquad \alpha = \text{konst.}$$





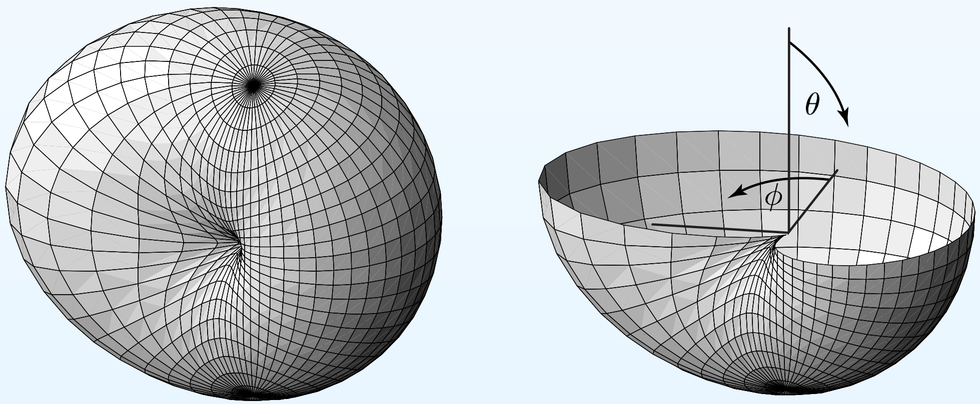
fotonová raketa otáčející se po kruhové trajektorii

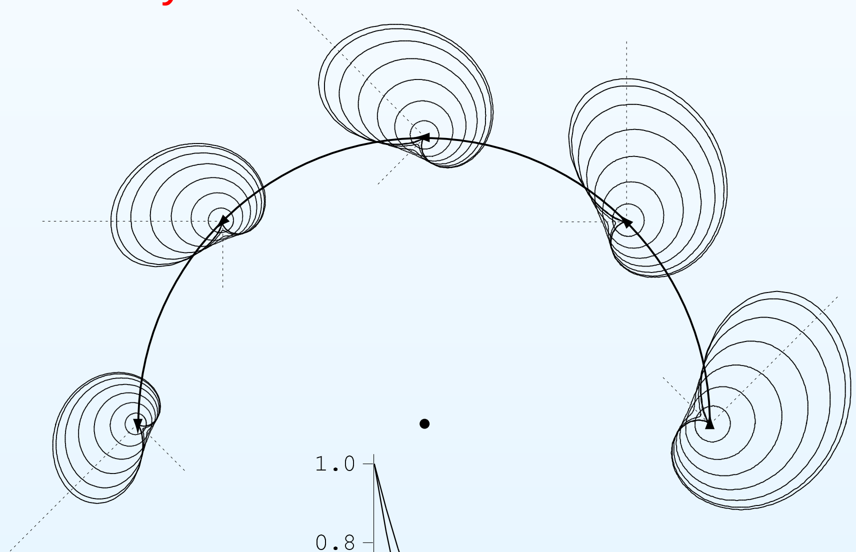
$$\mathrm{d}s^2 = \frac{r^2}{p^2}\left(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2\right) - 2\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}r - \left(1 - 2\,r\,(\log p)_{,u} - \frac{2\,m(u)}{r} - \frac{\Lambda}{3}\,r^2\right)\mathrm{d}u^2$$

kde $p(u,\theta,\phi) = \sqrt{1 + a^2\omega^2} - a\,\omega\,\sin\theta\sin(\phi - \omega\,u)$

a je poloměr kruhové dráhy, ω je úhlová rychlost

- vyzařovací diagram fotonů je





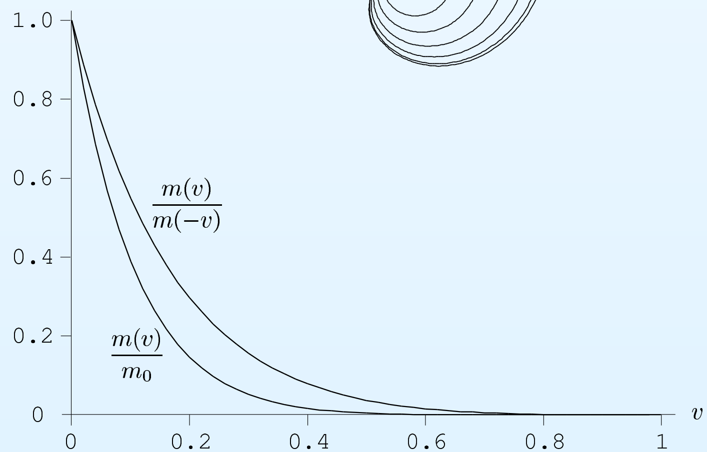
- hmotnost rakety klesá exponenciálně

$$m(u) = m_0\,\exp\left(-3\,a\,\omega^2\,u\right)$$

- hmotnost po otočce o $180°$ je

$$\frac{m(v)}{m_0} = \exp\left(-\frac{3\pi\,v}{\sqrt{1 - v^2}}\right)$$

méně výhodné než přímé brždění:



epilog: jsou fotonové rakety fyzikálně realizovatelné?

základní fyzikální úvahy

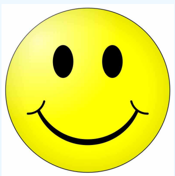
m $\quad$ M

$v \quad \longleftarrow$  $\longrightarrow \quad V$

vyvrhovaná hmota $\quad$ raketa

$$mv = MV \quad \text{obrovské} \quad (\text{přejeme si } V \to c)$$

- potřebuje ohromnou reakční hybnost $p = mv$ (impuls $\Rightarrow$ tah):
  - ⋆ velké m, normální v: standardní rakety na kapalná či tuhá paliva
  - ⋆ velké v, normální m: iontové rakety, jaderné a fotonové rakety



fotonové rakety mají $v = c$ (!) a $m_0 = 0$ (!) ale

- je k tomu nutný výkon $P = \dot{E}$ (spotřeba energie):

  podíl výkonu ku tahu je dán jednoduchým vzorcem:

$$\frac{P}{F} = \frac{\text{výkon}\,[W]}{\text{tah}\,[N]} = \frac{\dot{E}}{\dot{p}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{m}v^2}{\dot{m}v} = \frac{v}{2}\,, \qquad \text{pro fotony:} \quad \frac{P}{F} = \frac{\dot{(pc)}}{\dot{p}} = c$$

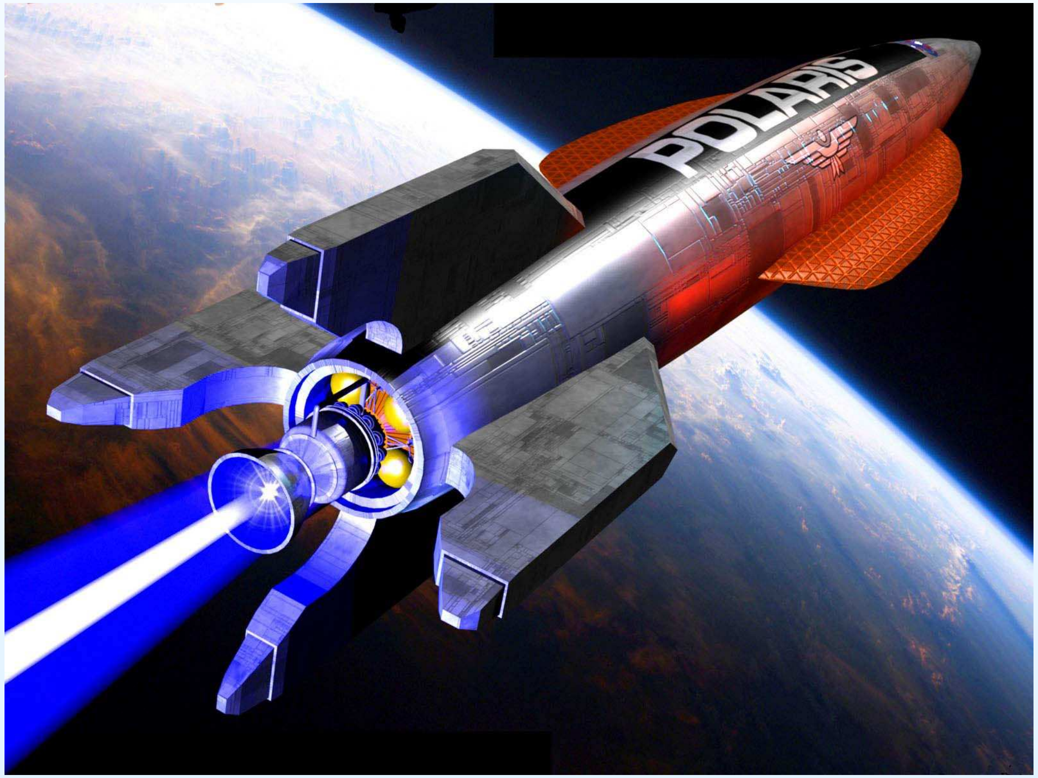
fotonové rakety vyžadují gigantický výkon $P = c\,F$ (!) což je 300 MW/N (!)
(pro standardní rakety je to jen pár kW/N)

tabulka hlavních raketových technologií

hlavní druhy raketového pohonu a typické hodnoty jejich parametrů

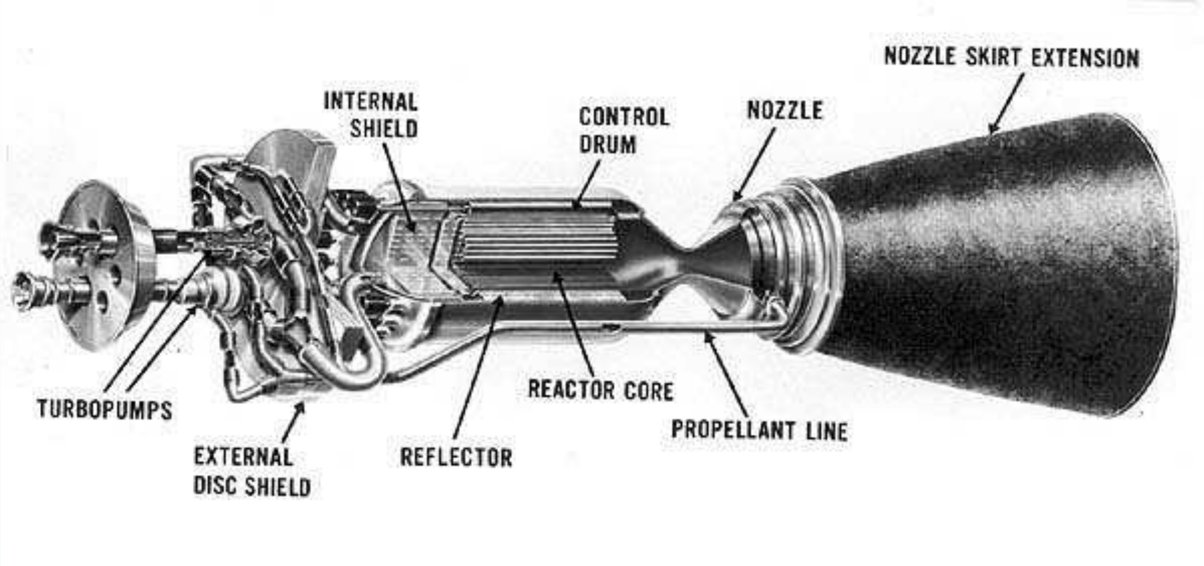
metoda pohonu	výtoková rychlost [km/s]	tah [N]	trvání
raketa na tuhé palivo	$1 - 4$	$10^3 - 10^7$	minuty
raketa na kapalné palivo	$1 - 5$	$0,1 - 10^7$	minuty
electrostatický iontový pohon	$15 - 200$	$10^{-3} - 10$	roky
sluneční plachetnice	$300\,000$	$9/\text{km}^2$ @ 1 AU	∞
jaderná tepelná raketa	9	10^7	minuty
jaderný pulzní pohon projekt Orion	$20 - 100$	$10^9 - 10^{12}$	dny
jaderný pulzní pohon projekt Daedalus	$20 - 1000$	$10^9 - 10^{12}$	roky
● jaderná fotonová raketa	$300\,000$	$10^{-5} - 1$	desetiletí
fúzní raketa	$100 - 1000$	?	?
antihmotová raketa	$10\,000 - 100\,000$	?	?

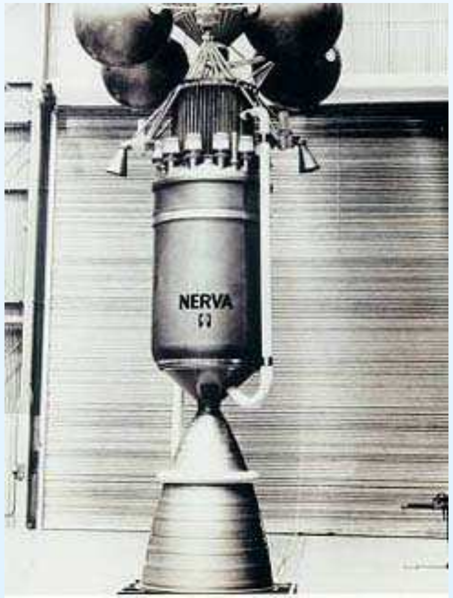
jaderné tepelné rakety: první vize

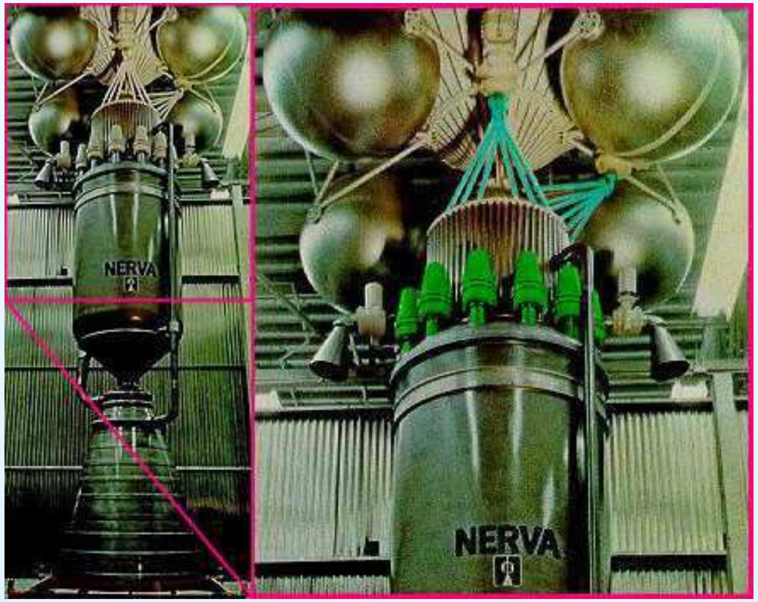


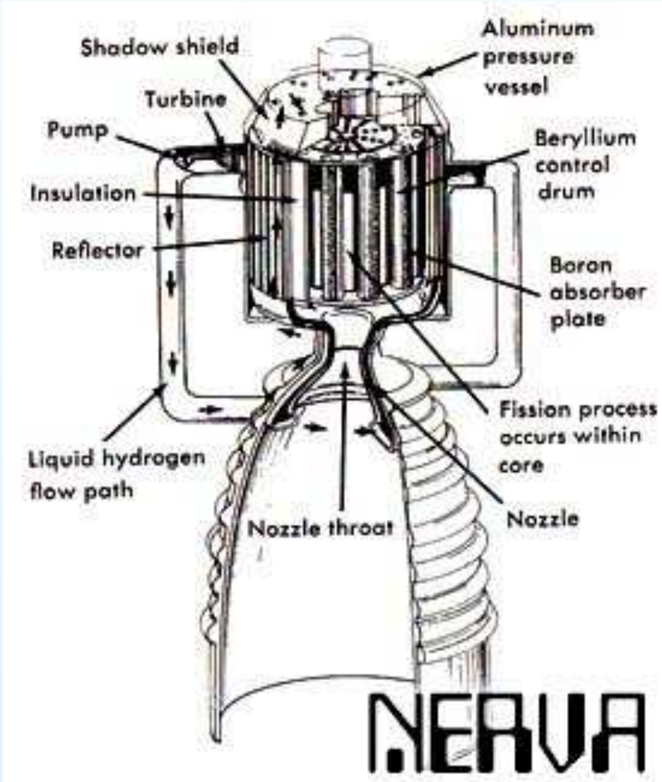
NERVA (1959)

Nuclear Engine for Rocket Vehicle Applications









jaderný pulzní pohon

navrhl Stanislaw Ulam v roce 1947: k tahu využívá jaderných mikrovýbuchů

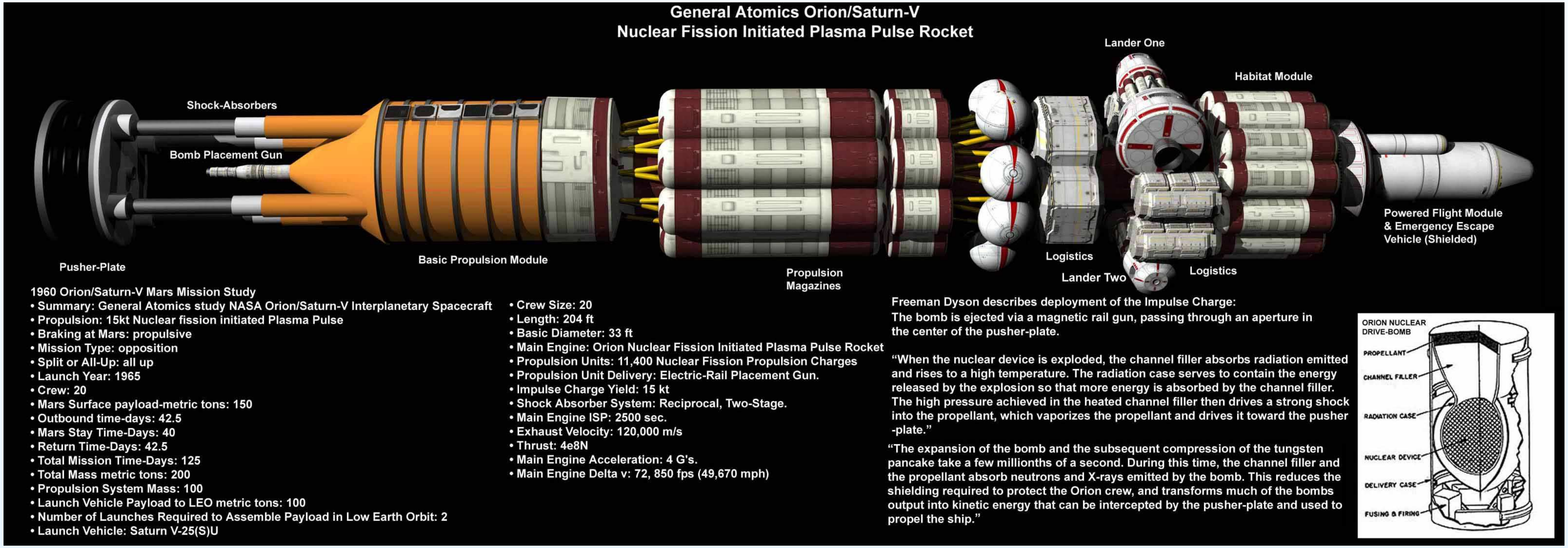
- projekt Orion (konec 1950s–1965, General Atomics, NASA, DARPA)
  malé směrové jaderné nálože tlačí na velkou ocelovou desku
  připojenou teleskopickými tlumiči k zádi kosmické lodi
  (tah by mohl být až 1000× větší než u klasických chemických raket)

- projekt Daedalus (1973–1978, British Interplanetary Society)
  interciální jaderná fúze: pelety He-3 periodicky zežehávány svazkem elektronů,
  velký elektromagnet poté žene horké plazma dozadu, čímž vzniká tah

- projekt Medusa (1990s, British Interplanetary Society)
  velký "padák" je coby plachta rozvinut před kosmickou lodí,
  pravidelné výbuchy jaderných bomb reakcí padák a tím i loď urychlují
  (efektivnější než Orion: využívá víc energie z výbuchu, tlumič výbuchu je delší, je v tahu a tudíž lehčí)

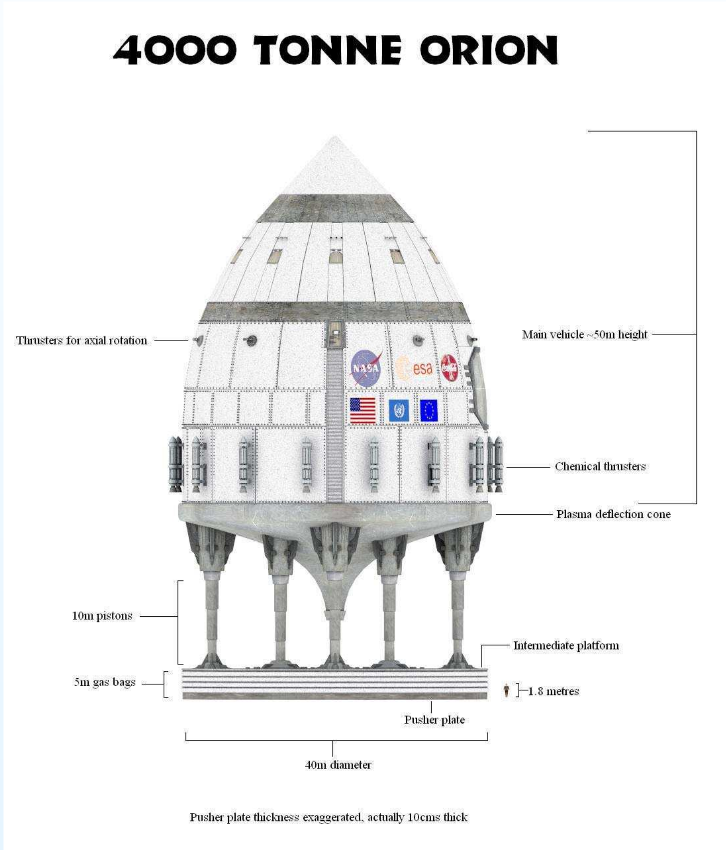
- jaderný pulzní pohon katalyzovaný antihmotou (polovina 1990s, Pen State)
  antiprotony by uvnitř jader uranu spouštěly řetězovou reakci
  (obvyklá kritická hmota Pt je 12 kg, pomocí katalýzy antihmotou by byla pouhý gram)

Orion

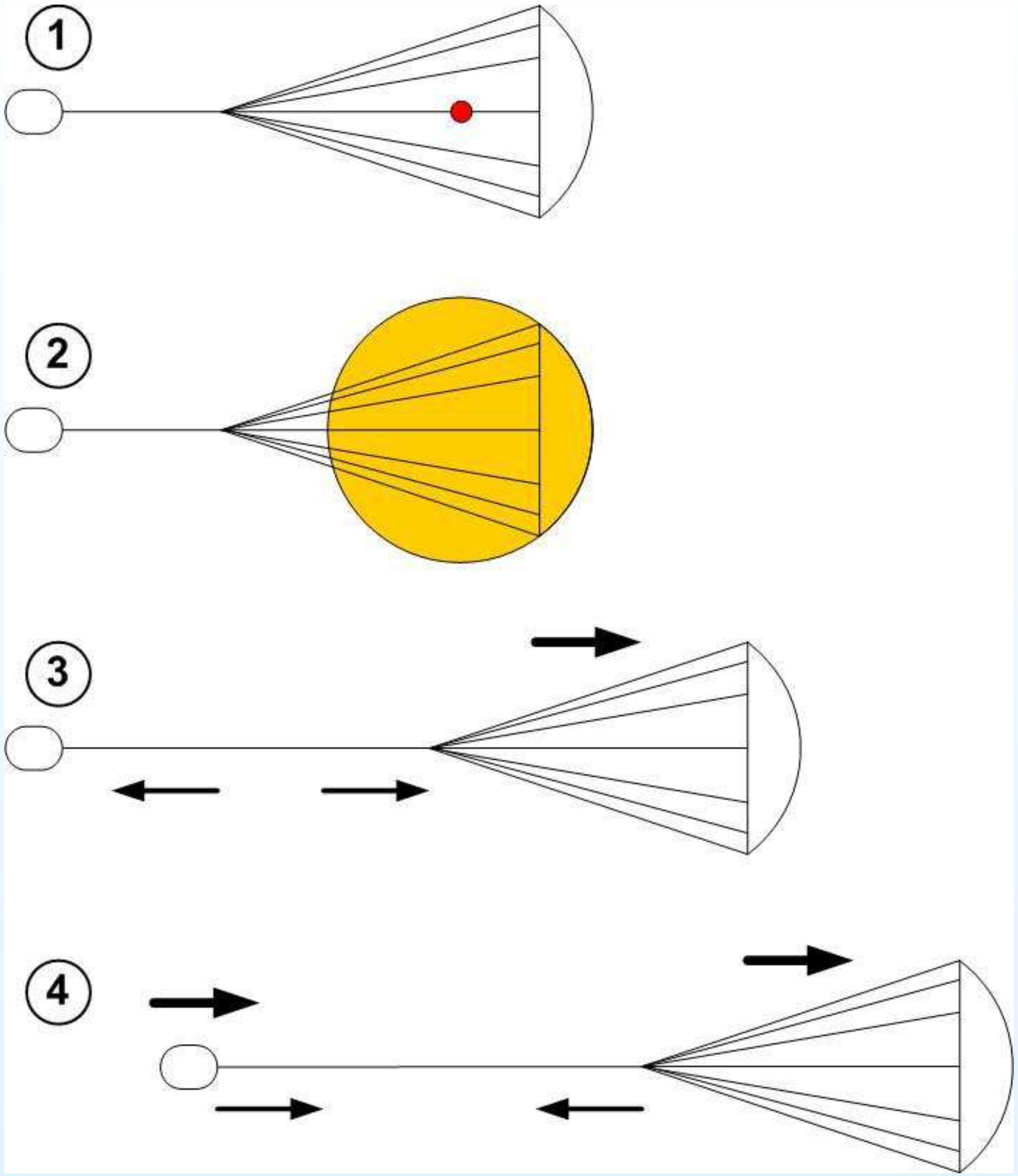


poháněn periodickými výbuchy jaderných náloží o mohutnosti 5–15 kilotun

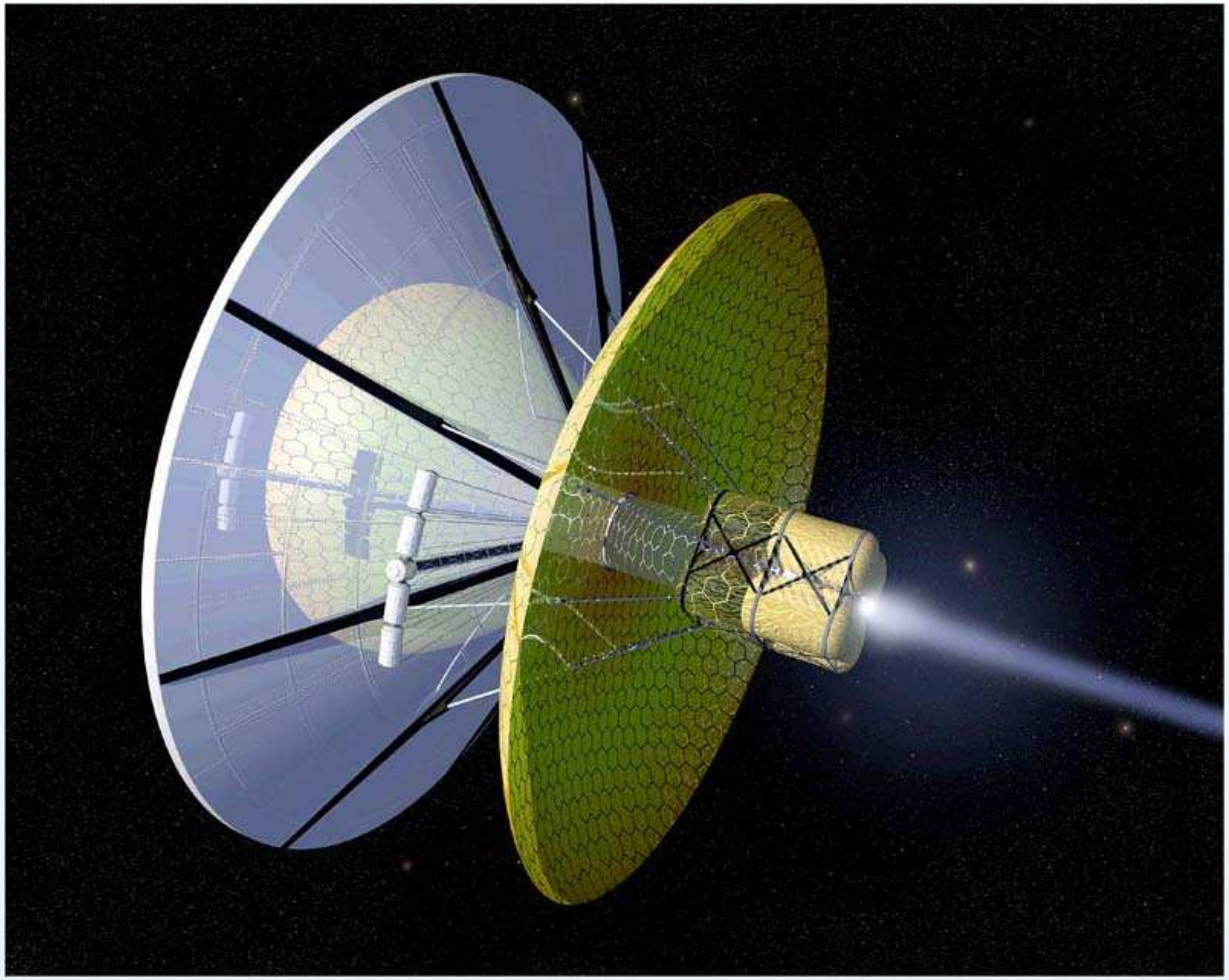
fiktivní Orion



Medusa



vize fotonové rakety



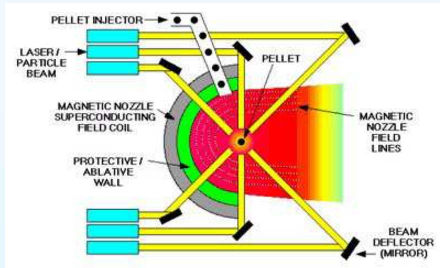
jaderné fotonové rakety

různé koncepty:

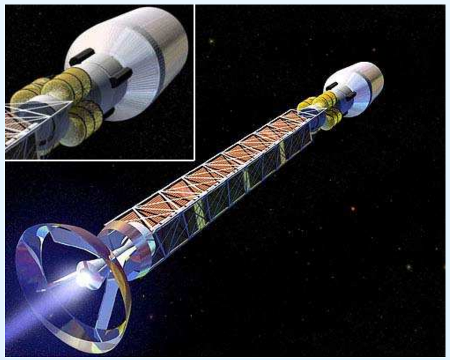
- jaderný fúzní reaktor ohřívá radiátor (z grafitu či wolframu) $\longrightarrow$ záření černého tělesa
  funkční ale nepraktické: vyžaduje ohromný výkon, tah je malý, zrychlení nepatrné
  (příklad: 300 t raketa v níž je 240 t štěpného paliva $\longrightarrow a = 10^{-5}$g, výsledná rychlost 240 km/s po 80 letech)

- laserový paprsek
  skvělá kolimace a regulovatelnost
  ale lasery jsou méně účinné než záření černého tělesa při přeměně energie na světlo

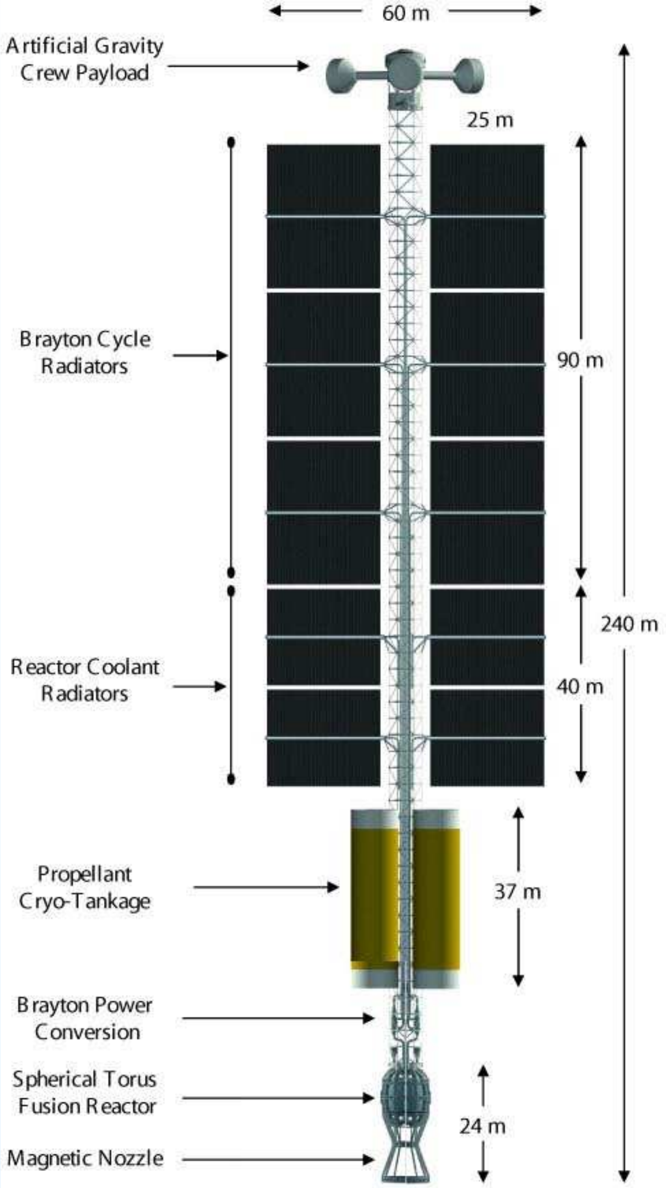
- jaderný fúzní reaktor coby zdroj energie
  zatím není dostupný ani na Zemi

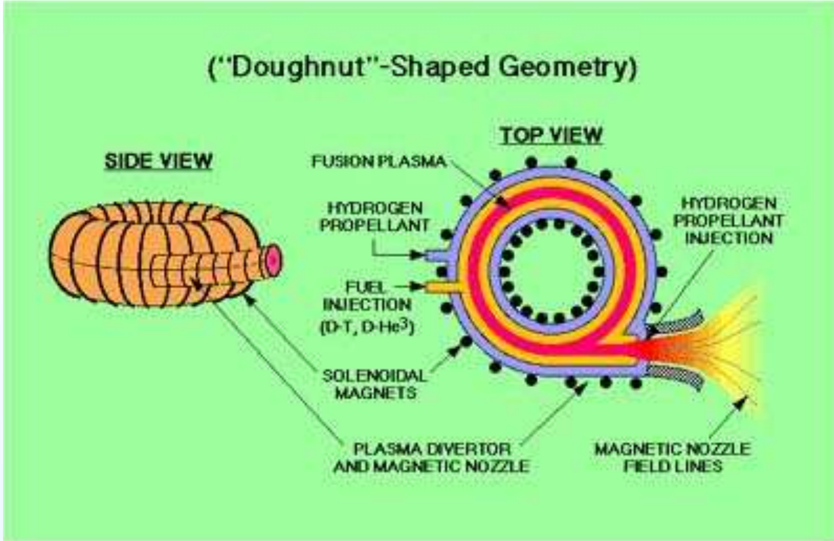


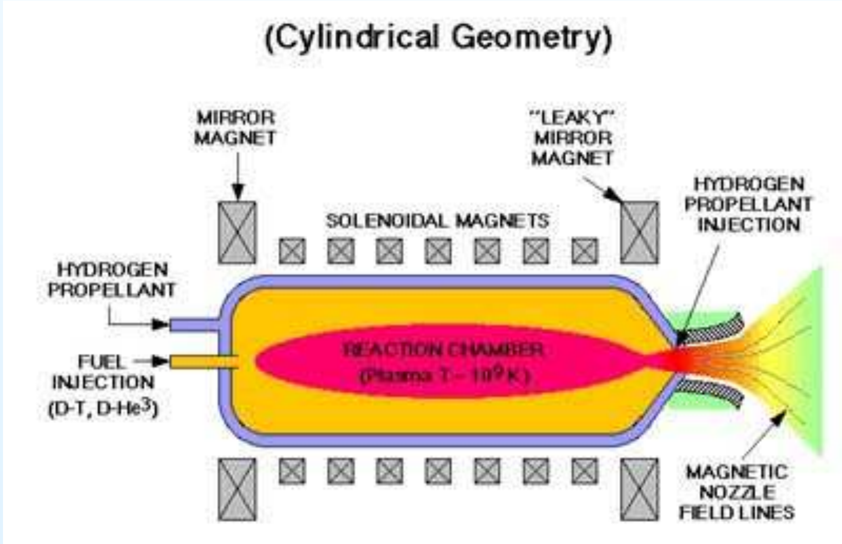
- fotonová raketa poháněná anihilací antihmoty s hmotou
  Eugen Sänger (1950):
  anihilace pozitronů s elektrony produkuje gama fotony
  technický problém je odrážet, kolimovat a stínit
  je však potenciálně funkční!



fúzní rakety

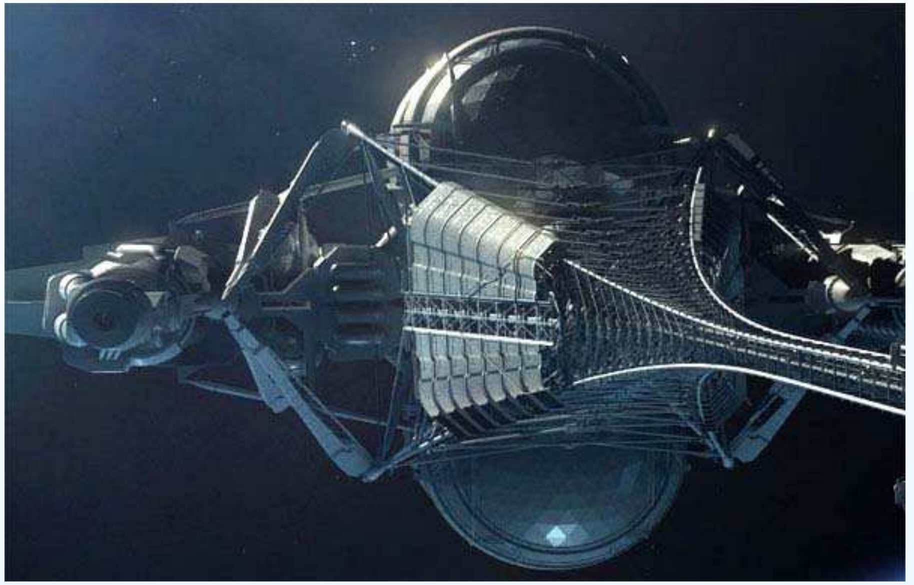


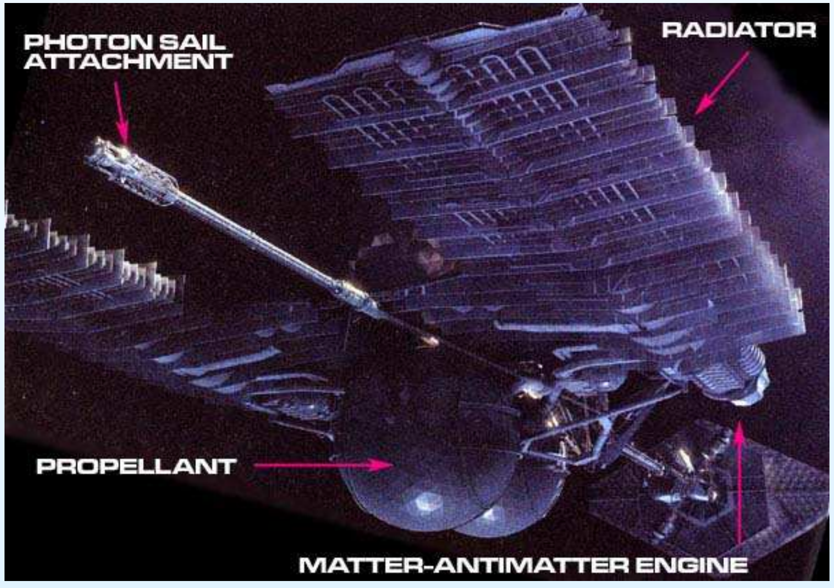


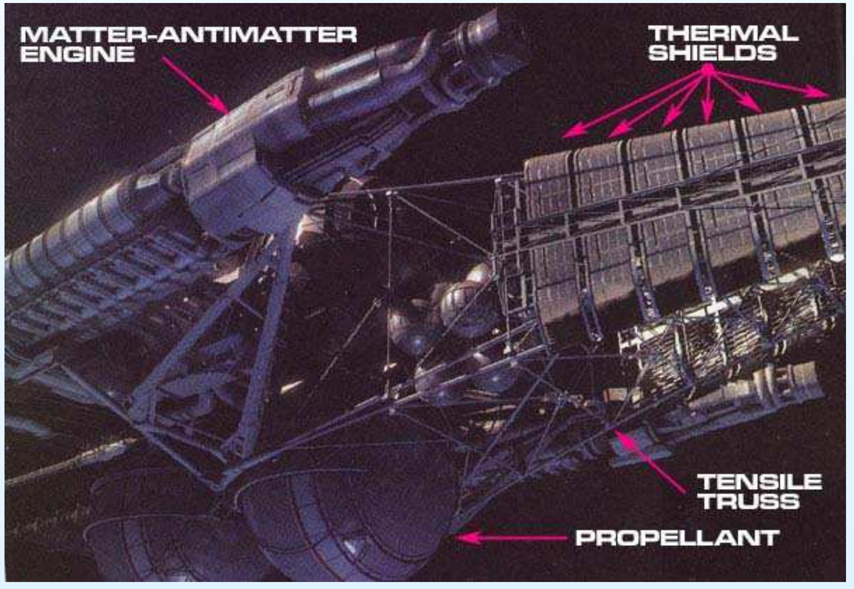


vize hvězdoletu poháněného antihmotou

ISV Venture Star z filmu Avatar

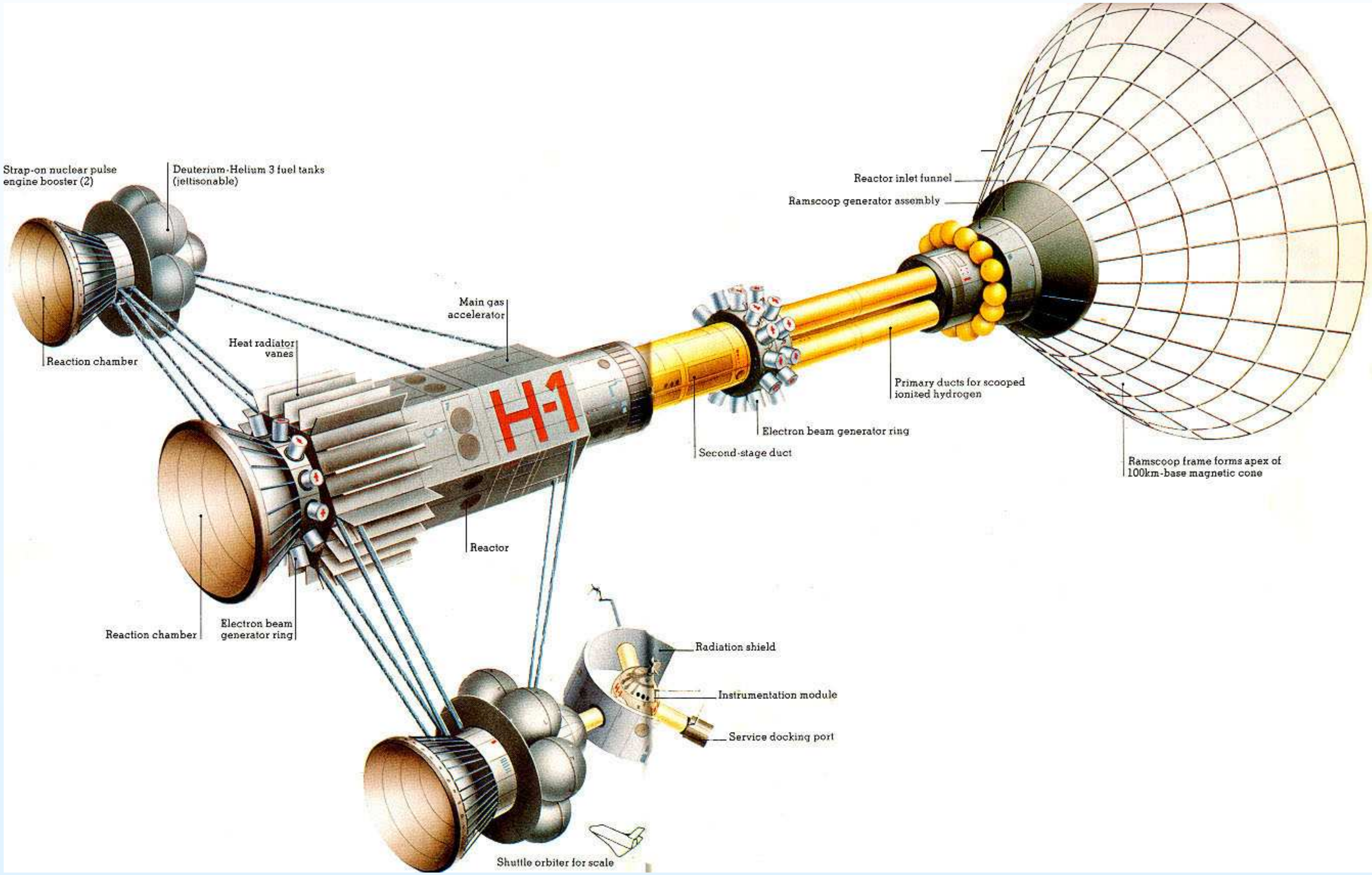






nepřekonatelný hvězdolet: Bussardův ramjet (1960)

- proton-protonová fúze 4p $\longrightarrow$ He jako ve Slunci (645 TJ/kg)
- protony za letu sbírány z prostoru 1000 km elektromagnetickým sběračem



závěr:

- konzistentní popis pohybu fotonových raket: možný

  existují dokonce přesná modelová řešení Einsteinových rovnic

- jejich fyzikální a technická realizace: nejasná

  výkon a celková energie fotonových motorů GIGANTICKÉ

závěrečný test