

James Clerk Maxwell

a zrození dynamické teorie elektromagnetického pole

JIŘÍ PODOLSKÝ ¹

Motto:

“Od doby, kdy Newton položil základy teoretické fyzice, přinesly největší změnu axiomatických základů fyziky, případně našeho pojetí struktury skutečnosti, Faradayovy a Maxwellovy výzkumy elektromagnetických jevů ... Maxwell ukázal, že veškeré tehdejší vědomosti o světle a elektromagnetických jevech jsou popsány jeho známou soustavou diferenciálních rovnic, v nichž se elektrické a magnetické pole vyskytují jako závislé proměnné.”

A. Einstein, *Jak vidím svět*

“Ve vzdálené budoucnosti bude za nejdůležitější událost 19. století považován Maxwellův objev zákonů elektrodynamiky. Americká občanská válka zbledne do provinciální bezvýznamnosti ve srovnání s tímto vědeckým počinem, jenž se odehrál ve stejné dekádě.”

R. Feynman

1 Mírně filosofický úvod o ceně fyzikálních rovnic

Je jistě zajímavou a užitečnou hrou sledovat osudy významných fyzikálních myšlenek a jejich postupné vtělování do krásných matematických rovnic. Právě to je předmětem zájmu oněch historiků vědy, kteří se ve svém úsilí neomezují na pouhé životopisce slavných fyziků. Avšak i taková díla sledují často jen geneze fyzikálních idejí samotných v jejich čistě teoretické podobě a popisují, která byla jednotlivá témata většinou s geniální intuicí nejprve vytušena a teprve později jinými mysliteli rozvinuta a dotvořena do konečné podoby. Historická díla tohoto typu bývají inspirativní, ale jejich hloubku dokáže ocenit a jen “trpělivý fyzik” (fyzik proto, že dotyčný musí být dostatečně obeznámen s pojmovým aparátem i formalismem příslušného oboru, trpělivý proto, že ke sledování jemných nuancí a souvislostí je zapotřebí soustředěného přemýšlení). Zaslouženou odměnou za to ovšem bývá, že čtenář o něco více pochopí, jak *fyzika ovlivňuje fyziku* na své cestě ke stále dokonalejšímu popisu světa kolem nás a uvědomí si, že naše vědecké poznání není jen sou-

¹Katedra teoretické fyziky MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8 (podolsky@mbox.troja.mff.cuni.cz).

hrnem izolovaných (byť precizních) experimentálních faktů, ale především matematicky popsatelnou, propojenou pavučinou vztahů a souvislostí mezi nimi.

Jenže fyzika tu není jen sama pro sebe. Naštěstí není onou věží ze slonoviny, do níž se lze uzavřít a kochat svými i cizími intelektuálními schopnostmi v ústraní od všedního a hlučného světa kolem. Síla a nádhera fyziky spočívá v tom, že její abstraktní myšlenky a rovnice *navíc* dokáží skrze všelike a často nečekané praktické důsledky významně ovlivňovat běžný život nás všech. My, lidé konce 20. století jsme si toho významu fyziky pro moderní civilizaci sice vědomi, ale jaksi jen podvědomě a nekonkrétně. Asi by si to zasloužilo dobře napsanou knihu ², esej nebo alespoň vtipný článek v novinách. Zde by mohlo být například detailně popsáno, kolika praktických zařízení a vymožeností užíváme od okamžiku, kdy se ráno probudíme, aniž si při tom uvědomujeme, že by bez *teoretické* fyziky neexistovaly: rozsvítíme lampičku (elektřina byla do bytu dodána z jaderné elektrárny, jejíž teoretické základy položil Einstein svým slavným vzorcem speciální teorie relativity $E = mc^2$ a samozřejmě řada kvantových a jaderných fyziků svými fundamentálními výzkumy), pustíme si hudbu z kompaktního disku (elektronické obvody i laser v přehrávači vznikly jen díky teoriím pevné fáze a kvantové elektrodynamice) poté si poslechneme zprávy v rozhlase nebo v televizi (signál se k nám z vysílače dostal prostřednictvím elektromagnetických vln, které teoreticky předpověděl Maxwell; často je k přenosu využíváno telekomunikačních družic, které by se do vesmíru nikdy nedostaly bez raketové techniky založené na teoretické mechanice, termodynamice, aerodynamice), vyčistíme si zuby kartáčkem (je vyroben ze speciálních umělých hmot, které byly nejprve teoreticky modelovány na počítači), snídani si ohřejeme v mikrovlnné troubě (využívající opět elektromagnetických vln), a tak dále a tak dále ... Snad by takové dílo názorněji obsvětlo více lidem, k čemu může být věda dobrá a užitečná. A snad by si ho přečetli i čelní politici, kapitáni průmyslu a vůbec všichni, kteří rozhodují o přidělování financí na poznávání (tj. vědu, výzkum a vzdělání).

Omlouvám se za tento poněkud nudný a zdlouhavý úvod. Jeho účelem totiž bylo připravit si vhodnou půdu pro následující tvrzení:

*Asi žádná fyzikální teorie neovlivnila osud lidstva tolik,
jako Maxwellova teorie elektromagnetického pole.*

Odůvodnit toto tvrzení je kupodivu docela snadné: naše moderní civilizace přelomu dru-

²Zatím nejvíce se mé představě takové knihy blíží dílo s výmluvným názvem "*Five Equations that Changed the World*" (Pět rovnic, které změnilly svět) od Michaela Gillena, vydaná r. 1995 v New Yorku; určitě by si zasloužila český překlad ...

hého a třetího tisíciletí je charakterizována především jako komunikační, jako svět rádií a televizí, svět počítačových sítí, Internetu, optických kabelů, telekomunikačních družic, mobilních telefonů. *Všechny* tyto technické vymoženosti odvozují svou funkci od vhodného využití *elektromagnetických vln* různých vlnových délek. A jak jsme již předeslali, byl to právě Maxwell, kdo v 60. letech minulého století existenci elektromagnetických vln předpověděl. Tato předpověď byla přitom *ryze teoretická*, neboť byla přímočarým důsledkem Maxwellem zformulovaných rovnic elektromagnetického pole, které dnes zapisujeme v elegantním tvaru,

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{D} &= \rho, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, & \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned}$$

Lze vůbec vyčíslit, jaká je finanční cena těchto čtyř nádherných rovnic? Představme si hypoteticky, že by Maxwell nebyl teoretický fyzik, ale vynálezce, který by dal svůj objev patentovat. Každý Telecom na světě, každá televizní a rozhlasová stanice, každý uživatel Internetu a mobilního telefonu by musel odvádět licenční poplatky. Není sporu o tom, že by dnes byli Maxwellovi dědici bohatší než ropní magnáti.

2 Maxwellův osud

James Clerk Maxwell (13.6.1831-5.11.1879) byl geniální fyzik srovnatelný s Einsteinem či Newtonem. Narozdíl od nich je však pro širokou veřejnost takřka neznámý. Paradoxně i přesto, že jeho myšlenek měly, mají a jistě budou mít neporovnatelně významnější technické důsledky než Einsteinova teorie gravitace či Newtonova mechanika.

Ve světové literatuře (narozdíl od české) existuje celá řada monografií podrobně popisujících Maxwellovu osobnost, život i dílo. Obsáhlým a zcela fundamentálním dílem je biografie [1] vydaná tři roky po předčasné Maxwellově smrti (zemřel ve věku pouhých 48 let). Sepsal ho jeho blízký přítel z dětství spisovatel Lewis Campbell spolu s Maxwellovým studentem a pozdějším spolupracovníkem Williamem Garnettem. Toto klasické dílo, narozdíl od dobrých moderních životopisů jako je [2], [3] sice nese jisté neduhy viktoriánské biografie své doby (přílišný důraz na detaily, koláž mnoha dopisů a poznámek, statičnost i nedostatek nadhledu), přesto však je pro seznámení se s Maxwellovým osudem naprosto neopominutelné.

My si zde z knihy vypůjčíme především názvy jednotlivých kapitol, které přirozeně periodizují Maxwellův život. Jednotlivá období navíc stručně okomentujeme a doplníme

o důležitá fakta i některé zajímavosti.

1831: Narození a rodiče

Malý James se narodil 13. června ve skotském Edinburghu v rodině, která by se dala zařadit mezi “střední vrstvy”: otcem byl právník John Clerk Maxwell ³, maminkou Frances rozená Cayová.

1831-1841: Glenlair, dětství

Dětství prožité na skotském venkově v Glenlair, kde rodina vlastnila rozsáhlé pozemky s hospodářstvím a novým velkým domem, bylo bezstarostné a radostné. Svá první léta James strávil v typických dětských hrách s vrstevníky v klidném a příjemném prostředí. Bohužel, citlivého chlapce zasáhla v r. 1839 smrt jeho maminky.

1841-1844: Chlapectví

Chlapce zprvu vychovávala maminka a poté soukromý učitel (se kterým si ovšem navzájem vůbec nepadli do oka). Když bylo Jamesovi 10 let, učinil otec důležité rozhodnutí poskytnout mu důkladné vzdělání na Edinburghské Akademii, relativně prominentní “střední škole” v hlavním skotském městě. Přestože se “venkovský hoch” zprvu od svých spolužáků odlišoval oblečením, mluvou i zájmy, brzy se projevil jako bystrý a nadaný student, jenž snadno vstřebal základní klasické i přírodovědné vzdělání (především angličtinu včetně skládání básní [viz Dodatek], latinu, řečtinu a matematiku). Ještě mnohem důležitější však bylo, že byl záhy uveden do “intelektuální” společnosti: James pravidelně chodil s otcem na setkání Edinburghské Společnosti umění a také Královské společnosti — tamní “akademie věd”. Tam se hoch poprvé seznamoval s metodami a smyslem vědecké práce ⁴.

1844-1847: Dospívání

Inspirativní prostředí brzo přineslo své plody. Dne 6.4.1846 zveřejnil ve věku pouhých 14 let svůj první článek. Hezounké matematické dílko věnované geometrické konstrukci jisté třídy oválů vyšlo v prestižním časopise *Proceedings of the Edinburgh Royal Society*, vol ii, pp. 89-93. U Jamese se však projevila i experimentální zručnost: dělal pokusy se stlačováním elastických těles, s magnety

³John pocházel ze známé skotské rodiny Clerků z Penicuicu, jejíž kořeny sahají až do 16. století. Někteří Clerkové nosili baronský titul a zastávali významné funkce. Jamesův otec John Clerk přijal své druhé jméno po svatbě se slečnou Maxwellovou, s níž vyženil i rozsáhlé vlastnictví v Kirkcudbrightshire.

⁴V otcově deníku je rovněž zápis, že v sobotu dne 12. února 1842 byli “shlédnout elektro-magnetické strojky”. Možná právě zde byl James poprvé okouzlen jevy, jimž zasvětil svůj budoucí život.

a též s refrakcí, interferencí i polarizací světla.

1847-1850: Počátek dospělosti

Jeho studia pokračovala na Edinburghské universitě, kde ho zaujala především fyzika, chemie, matematika a také filosofie. O letních prázdninách v Glenlair dál konal své důmyslné pokusy se světlem, elektřinou a magnetismem. Poté co zveřejnil své další dva původní články, bylo čím dál zřejmější, že nadaný mladý muž nebude pokračovat v profesi svého otce, neboť ho více fascinují zákony přírodní než lidské. Pozvolna uzrálo přirozené rozhodnutí poslat Jamese studovat do Mekky teoretické fyziky — na Cambridgeskou univerzitu.

1850-1854: “Undergraduate” student v Cambridge

Maxwell byl zprvu ubytován ve starobylé koleji Peterhouse (založené již r. 1284), záhy se však přestěhoval do slavné “Newtonovy” koleje Trinity. Pilně studoval (pravidelně navštěvoval např. přednášky prof. Stokese a stal se jeho celoživotním přítelem) a současně vstřebával osobitou atmosféru věhlasného universitního města (jeho vrozený smysl pro humor ho mezi spolužáky brzo proslavil). Vedle toho ovšem publikoval vědecké články v renomovaných časopisech. Závěrečné zkoušky složil coby excelentní student.

1854-1856: “Bakalář” a “Fellow” na koleji Trinity

Bylo přirozené, že s tak vynikajícími studijními i vědeckými výsledky pokračoval James Clerk Maxwell v akademické kariéře. Začal učit, psal zajímavé filosofické eseje a básně, pokračoval ve svých originálních výzkumech a samozřejmě publikoval. Hlavním předmětem jeho zájmu v té době byla optika: svými pokusy položil základy teorie barevného a prostorového vnímání. Neopomíjel ani studium teoretické mechaniky a elektrických jevů (publikuje svůj první opravdu významný článek [4]).

1856-1857: Smrt otce, profesura v Aberdeenu

Maxwell se stal jedním z uchazečů o uvolněné profesorské místo na Marischal College ve skotském Aberdeenu. Větší blízkost nového působiště ke Glenlair by mu totiž umožnila častější kontakt se zestárlým otcem. Ten ovšem v dubnu 1856 umírá. Ani tato citelná ztráta nejbližšího člověka však neumenšila Maxwelllovo profesionální úsilí. Přebírá zodpovědnost za rodinné statky v Glenlair a získává aberdeenskou profesuru.

1857-1860: Aberdeen, svatba

Energicky se ujal nové pedagogické funkce i fyzikálního bádání. Jeho práce na výzkumu elektrických jevů byly ovšem na rok přerušeny jiným náročným úko-

lem: vysvětlit strukturu a stabilitu prstenců Saturna. Mnohastránková esej, dnes klasické dílo nebeské mechaniky, získala tzv. Adamsovu cenu (udělovanou na počest spoluobjevitele Neptuna) za rok 1856. Poznává Katherine Mary Dewarovou a v červnu 1858 si ji bere za ženu. Píše milostné básně a prožívá období osobního štěstí.

1860-1870: King's College v Londýně a Glenlair

V roce 1860 získal Maxwell profesorské místo na prestižní King's College v Londýně. Jeho vědecká kariéra dosahuje vrcholu: buduje kinetickou teorii plynů, zabývá se viskozitou, dále experimentuje s barevným viděním. A především publikuje své geniální práce [5, 6] sjednocující elektřinu a magnetismus: zrodila se dynamická teorie elektromagnetického pole, jež je současně i teorií světla. Toto nejplodnější období géniova života skončilo r. 1865, kdy odešel na odpočinek (ve svých 34 letech !) do "rodného" Glenlair. Zde, v klidu a stranou rušného života sepisoval především své celoživotní dílo [7], slavný "*Traktát o elektřině a magnetismu*" (vyšel v r. 1873). Dále experimentoval, psal články, byl v korespondenčním kontaktu s fyzikálním světem. Pravidelně navštěvoval Cambridge i Londýn. V roce 1867 podnikl se ženou cestu do Itálie.

1871-1879: Cambridge

V roce 1871 Cambridgeská univerzita založila nový ústav, tzv. Cavendishovu laboratoř⁵. Pro tuto laboratoř byla zřízena zcela nová profesura experimentální fyziky a jejím obsazením byl poctěn James Clerk Maxwell. Po krátkém váhání opustil své poklidné venkovské sídlo a s novou energií se ujal nelehkého úkolu novou institucí včetně technického vybavení od základů vybudovat.

1879: Nemoc a smrt

Počátkem roku 1879 se u Maxwella projevil příznaky nemoci, slabost a především bolest v oblasti žaludku. Na podzim se nemoc bohužel ukázala jako smrtelná. Zemřel, stejně jako jeho maminka, na rakovinu dne 5. listopadu. Pohřební ceremonie se konala v kapli Trinity College, tělo pak bylo převezeno z Cambridge do Glenlair. Životní pouť génia se uzavřela; jeho dílo je ovšem nesmrtelné.

⁵Laboratoř byla pojmenována na počest Henryho Cavendishe (1731-1810), který koncem 18. století experimentálně zkoumal elektrické jevy a byl též prvním, kdo položil základy jejich matematické teorie. Cavendishovy výzkumy nebyly ovšem ve své době publikovány. Byl to právě Maxwell, kdo zasvětil poslední léta života pečlivé redakci Cavendishova díla. "*Elektrické výzkumy ctěného Henryho Cavendishe*" vyšly v roce 1879 pouhých několik týdnů před Maxwellovou smrtí.

3 Maxwellovo dílo

Vědecké dílo Jamese Clerka Maxwella je opravdu impozantní: čítá celkem 101 článků, knihy a učebnice, fundamentální traktát. Články jsou poměrně dobře dostupné, neboť byly všechny sebrány a jednotným způsobem přetištěny v roce 1890 v [8]. Mezi Maxwellovy knihy patří *“Teorie tepla”* (1871), *“Hmota a pohyb”* (1876) a především pak slavný *“Traktát o elektřině a magnetismu”* [7], od jehož prvního vydání v roce 1873 letos uplynulo právě 125 let. Maxwell byl též autorem řady odborných i populárních přednášek, proslavů, životopisných článků (Faraday, Helmholtz), recenzí i esejí (do časopisu *Nature* či *Encyclopedia Britannica*).

Tématicky lze jeho dílo rozčlenit do několika kategorií:

- čistá geometrie
- teorie pružnosti, hydrodynamika
- mechanika, stabilita prstenců Saturna
- geometrická optika, pokusy s barevným viděním
- kinetická teorie plynů, termodynamika
- teorie elektromagnetismu včetně teorie světla

Články geometrické a mechanické ukazují Maxwellovy vyjímečné schopnosti teoretické. Práce optické naopak vycházejí zejména z důmyslných experimentů, v nichž exaktně rozvinul Youngovu teorii z r. 1801, podle které je barvené vnímání v oku dáno přítomností receptorů tří základních barev⁶. Záslouhou svého slavného zákona rozdělení rychlosti molekul plynu (podle něhož je počet molekul majících rychlost v intervalu $\langle v, v + dv \rangle$ úměrný $v^2 \exp(-v^2/\alpha^2) dv$, takže střední kvadratická rychlost je dána $\bar{v}^2 = \frac{3}{2}\alpha^2$) uveřejněném poprvé v [9], je Maxwell — spolu s Boltzmanem — považován za zakladatele kinetické teorie plynů a statistické fyziky obecně.

Ve fyzikální síni slávy však bude navždy jeho jméno zářit na čelném místě za práce v oboru elektro-magnetismu. Navíc, jako tvůrce dynamické teorie elektromagnetického pole (popsané příslušnou soustavou parciálních diferenciálních rovnic) je Maxwell právem považován za autora myšlenky teorie pole. Zavedení tohoto principiálně nového konceptu znamenalo první opravdu hluboký “převrat” ve fyzikálním myšlení od dob Newtonových,

⁶Není všeobecně známo, že Maxwell byl vůbec prvním, kdo demonstroval princip barevné fotografie. Stalo se tak při jeho přednášce před Royal Institution v Londýně dne 17. května 1861.

což dostatečně dokumentuje i Einsteinův citát uvedený jako motto našeho příspěvku. Byla to právě Maxwellova teorie pole, jež vydláždila cestu teorii relativity i kvantovým teoriím, dvěma základními pilířům fyziky 20. století. Lze bez nadsázky říci, že Maxwell žil plně v minulém století, jeho vědecký pohled však náležel již století našemu, v němž mnohé jeho myšlenky přinesly své úžasné plody.

4 Maxwellova teorie elektromagnetického pole

Dne 23.9.1831 (když byl Maxwell tříměsíční nemluvně) učinil Michael Faraday (1791-1867) epochální objev elektromagnetické indukce. Tento jev vedl Faradaye k myšlence, že celý prostor v okolí nabitých a magnetických těles je vyplněn silokřivkami a proto jsou jeho vlastnosti odlišné od prázdného prostoru — nachází se ve zvláštním tzv. “elektrotonickém stavu”. J. C. Maxwell (jenž si o generaci staršího Faradaye osobně velice vážil) na tyto představy o silokřivkách navázal, zobecnil je a jako první matematicky zformuloval představu elektromagnetického pole jako nositele a zprostředkovatele veškerých elektrických a magnetických interakcí. Tato revoluční fyzikální myšlenka se ovšem vynořovala postupně. Jeho první články [4], [5] byly ještě inspirovány Thompsonovou snahou [10] vysvětlit zákony elektřiny a magnetismu mechanicky, například jako pohyb speciálního viskózního prostředí. Maxwell se ovšem postupně od těchto představ oprošťoval a mechanické modely elektro-magnetismu později považoval jen za jakási pomocná “lešení”: jsou sice užitečná pro vybudování teorie, ale následně je lze bez následků odstranit ⁷.

Své slavné rovnice pole představil poprvé koncem roku 1864 v článku [6] nazvaném *Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*. Dílo má celkem 7 částí a rozsah 71 stran.

⁷Pokusy o sestavení mechanických modelů elektromagnetismu postupně ustaly. Především se tato snaha neukázala být konstruktivní: nepřinesla nic, co by už nebylo známo. Navíc, potřeba takového modelu se vytratila: mechanika, jež dlouho dominovala fyzice, ztratila své výsadní postavení. Dnes už víme, že diferenciální rovnice mechanického kontinua nejsou apriorními principy. Jsou to spíše zákony, jež se dají “redukcionisticky” odvodit ze silových působení mezi atomy a molekulami (a ještě hlouběji, ze struktury elektronových orbit těchto elementů), z nichž se dané kontinuum skládá. Avšak elementární atomární interakce jsou především elektromagnetické povahy. Kdybychom tedy přece jen nakonec byli schopni “vysvětlit” elektromagnetismus v podobě nějakého mechanického modelu, ocitli bychom se v kruhu, neboť kontinuum musí být v principu vysvětlitelné elektromagneticky! Nakonec bychom tedy nevysvětlili nic ničím ... Filosofickým důvodem tohoto faktu je skutečnost, že ve fyzice asi můžeme pouze “popisovat”, nikoli “vysvětlovat”, pokud vysvětlováním rozumíme redukování zákonů na něco nám známého z běžné zkušenosti.

Pojem éteru ve smyslu privilegovaného inerciálního systému navíc ztratil s příchodem speciální teorie relativity své opodstatnění. Einstein píše: “Někdy na přelomu století se už vesměs prosadilo pojetí, že elektromagnetické pole je dále neredukovatelná entita, a seriózní teoretikové se vzdali důvěry v oprávněnost, ba vůbec možnost zdůvodnit Maxwellovu teorii mechanicky.”

Obecná první část *Introductory* začíná konstatováním skutečnosti, že snaha o matematickou formulaci elektřiny a magnetismu v podobě “silového působení na dálku” po vzoru Newtonovy gravitační teorie naráží na základní problém, totiž že síla mezi interagujícími elektrickými částicemi nutně závisí nejen na vzdálenosti, ale též na jejich relativní *rychlosti*. Maxwell sice velmi hezkými slovy oceňuje hloubku i praktickou užitečnost Weberovy a Neumannovy teorie tohoto typu z r. 1849 resp. 1858, přesto však mu obtíže související s předpokladem sil závislých na rychlosti zabraňují v tom, považovat uvedenou teorii za konečnou a správnou. Sám proto přichází s jinou myšlenkou, s *dynamickou* teorií elektromagnetického *pole*. Maxwell přímo píše:

Upřednostnil jsem tudíž hledat jiné vysvětlení, předpokládat, že vznikají působením, jež přechází do okolního prostředí stejně jako do excitovaných těles, a snažit se vysvětlit působení mezi vzdálenými objekty bez předpokladu existence sil bezprostředně působících na dálku.

Teorie, kterou navrhuji, by tudíž mohla být nazývána teorií *elektromagnetického pole*, neboť se týká prostoru v okolí elektrických nebo magnetických těles, a mohla by být nazývána teorií *dynamickou*, neboť předpokládá, že v uvedeném prostoru se hmota pohybuje, čímž pozorované elektromagnetické jevy vznikají.

Maxwell předpokládá existenci éteru, pružného média, které vyplňuje prostor a proniká i tělesy. Éter je možné uvést do vlnového pohybu a proto může velkou (avšak konečnou) rychlostí zprostředkovat přenos energie a pohybů “obyčejné” hmoty z místa na místo.

Článek pokračuje shrnutím některých experimentálních faktů dávajících do vzájemných souvislostí jevy elektrické, magnetické a optické. Ve druhé části *On Electromagnetic Induction* Maxwell rozebírá jev indukce, propočítává působení proudů v různých obvodech a zkoumá analogii s mechanikou. Zabývá se i problémem měření uvedených veličin. V závěru druhé části již přistupuje ke studiu elektromagnetického pole: zavádí magnetické siločáry, k nim kolmé ekvipotenciály a vyjmenovává jejich základní vlastnosti.

Vlastní formulace teorie elektromagnetického pole je obsahem třetí části článku nazvané *General Equations of the Electromagnetic Field*. Velmi přehledným způsobem v ní Maxwell na pouhých 8 stranách textu zavádí dvacet fyzikálních veličin popisujících stav a dynamiku každé elektromagnetické soustavy, současně zavádí dvacet rovnic, které uvedené veličiny svazují.

Zmíněné veličiny a rovnice nyní uvádíme přesně v té podobě, v jaké jsou v článku [6] z r.1864 zapsány. Vidíme, že veličiny i rovnice Maxwell rozepsal po složkách v kartézských souřadnicích. Celý systém působí mírně nepřehledně zejména proto, že v souladu s dobovými zvyklostmi byly pro kartézské složky dané vektorové veličiny použity *různé* symboly,

nikoli stejný symbol s indexem. Pro lepší orientaci proto uvádíme v pravé části tabulek též dnešní vektorovou notaci veličin i Maxwellových rovnic:

veličiny:

Maxwell, 1864		dnešní vektorová notace	
electromagnetic momentum	F, G, H	$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$	vektorový potenciál
magnetic intensity	α, β, γ	$\vec{H} = (H_x, H_y, H_z)$	magnetická intenzita
electromotive force	P, Q, R	$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$	elektromotorická síla
current due to true conduction	p, q, r	$\vec{j} = (j_x, j_y, j_z)$	proudová hustota
electric displacement	f, g, h	$\vec{D} = (D_x, D_y, D_z)$	elektrická indukce
total current	p', q', r'	$\vec{j} + \partial\vec{D}/\partial t$	\vec{j} +Maxwellův proud
quantity of free electricity	e	ρ	hustota náboje
electric potential	Ψ	ϕ	skalární potenciál
coefficient of magnetic induction	μ	μ	permeabilita
coefficient of electric elasticity	k	$\varepsilon \sim k^{-1}$	permitivita

rovnice:

$\begin{aligned}\mu\alpha &= \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz} \\ \mu\beta &= \frac{dF}{dz} - \frac{dH}{dx} \\ \mu\gamma &= \frac{dG}{dx} - \frac{dF}{dy}\end{aligned}$	$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$
$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} &= 4\pi p' = 4\pi\left(p + \frac{df}{dt}\right) \\ \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} &= 4\pi q' = 4\pi\left(q + \frac{dq}{dt}\right) \\ \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} &= 4\pi r' = 4\pi\left(r + \frac{dh}{dt}\right)\end{aligned}$	$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
$\begin{aligned}P &= \mu\left(\gamma\frac{dy}{dt} - \beta\frac{dz}{dt}\right) - \frac{dF}{dt} - \frac{d\psi}{dx} \\ Q &= \mu\left(\alpha\frac{dz}{dt} - \gamma\frac{dx}{dt}\right) - \frac{dG}{dt} - \frac{d\psi}{dy} \\ R &= \mu\left(\beta\frac{dx}{dt} - \alpha\frac{dy}{dt}\right) - \frac{dH}{dt} - \frac{d\psi}{dz}\end{aligned}$	$\vec{F}/q = \vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}$
$\begin{aligned}P &= kf \\ Q &= kg \\ R &= kh\end{aligned}$	$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$
$\begin{aligned}P &= -\rho p \\ Q &= -\rho q \\ R &= -\rho r\end{aligned}$	$\vec{E} = \vec{j}/\gamma$
$e + \frac{df}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dh}{dz} = 0$	$\text{div}\vec{D} = \rho$
$\frac{de}{dt} + \frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0$	$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\vec{j} = 0$

Vidíme, že parciální derivace nejsou ještě zapisovány symbolem ∂ . Navíc, není dosud zřetelné odlišení elektromotorické síly $\vec{F} \sim (P, Q, R)$ od vektoru elektrické intenzity \vec{E} , jenž vystupuje v Maxwellových rovnicích elektrické “elasticity” a “rezistence”. Dnes fundamentální vektory elektrické intenzity \vec{E} a magnetické indukce \vec{B} v původní formulaci z roku 1864 také nenajdeme. Jak je vidět, místo nich Maxwell zavedl skalární a vektorový potenciál $\phi \sim \Psi$ a $\vec{A} \sim (F, G, H)$. Díky $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$ a $\vec{E} = -\partial\vec{A}/\partial t - \text{grad}\phi$ jsou ovšem identicky splněny vztahy $\text{div}\vec{B} = 0$ a $\text{rot}\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$, tedy druhá sada Maxwellových rovnic v dnešní notaci.

Třetí část článku Maxwell uzavírá odvozením důležitého vztahu pro “vnitřní” energii elektromagnetického pole

$$E = \sum \left\{ \frac{1}{8\pi}(\alpha\mu\alpha + \beta\mu\beta + \gamma\mu\gamma) + \frac{1}{2}(Pf + Qg + Rh) \right\} dV ,$$

ve kterém snadno rozeznáváme dnešní výraz $\iiint \frac{1}{2}(\vec{H} \cdot \vec{B} + \vec{E} \cdot \vec{D}) dV$. K samotnému pojmu *energie pole* navíc podává důležité vysvětlení:

Pokud jde o používání slov jako elektrická hybnost či elektrická pružnost ve vztahu k známým jevům indukce proudů a polarizace dielektrik, je mým cílem pouze zaměřit čtenářovu pozornost směrem k jistým mechanickým jevům, které mu napomohou pochopit analogické jevy elektrické. Všechny tyto výrazy v předkládaném článku by měly být chápány jako pouhá ilustrace, nikoli vysvětlení.

Pokud však hovořím o energii pole, přeji si být chápán doslova. Veškerá energie je totožná s energií mechanickou, ať existuje ve formě pohybu, pružnosti, nebo kterékoli jiné podobě. Energie v elektromagnetických jevech je mechanická energie. Jedinou otázkou je, kde tato energie sídlí ? Podle starých teorií sídlí v nabitých tělesech, vodivých obvodech a magnetech, v podobě neurčité veličiny zvané potenciální energie, či ve schopnosti vyvolávat jistá působení na dálku. Podle naší teorie sídlí v elektromagnetickém poli, v prostoru obklopujícím nabitá a zmagnetovaná tělesa, stejně jako v tělesech samých.

Ze slov “veškerá energie je totožná s energií mechanickou” plyne, že Maxwell ještě zcela nezavrhl snahu vysvětlit elektromagnetické jevy pomocí specifických pohybů a napětí elastického éteru, i když konkrétně tuto představu (narozdíl od předchozího článku [5]) již dále nerozpracovává a nepropaguje.

V následující čtvrté části *Mechanical Actions in the Field* autor z předchozích obecných vztahů odvozuje zákony pro mechanické síly, jež působí na elektrické proudy, magnety a nabitá tělesa umístěná do elektromagnetického pole. Pátá část nese název *Theory of Condensers* a Maxwell v ní odvozuje vztahy pro elektrické veličiny v kondenzátorech.

Zcela fundamentální, doslova epochální význam má ovšem následující šestá část práce nazvaná *Electromagnetic Theory of Light*. Maxwell v ní jako přímočarý důsledek svých rovnic ukazuje, že rozruchy elektromagnetického pole se ve vakuu mohou šířit v podobě transverzálních vln:

$$k\nabla^2\mu\alpha = 4\pi\mu\frac{d^2}{dt^2}\mu\alpha$$

$$k\nabla^2\mu\beta = 4\pi\mu\frac{d^2}{dt^2}\mu\beta$$

$$k\nabla^2\mu\gamma = 4\pi\mu\frac{d^2}{dt^2}\mu\gamma$$

$$l\mu\alpha + m\mu\beta + n\mu\gamma = 0$$

kde l, m, n jsou směrové kosiny šíření (dnešní zápis rovnic je $\Delta\vec{B} = \varepsilon\mu\partial^2\vec{B}/\partial t^2, \vec{k}\cdot\vec{B} = 0$). Rychlost šíření elektromagnetických vln je odtud $v = \sqrt{k/4\pi\mu}$, což podle měření Webera a Kohlrausche z roku 1857 dává ve vzduchu rychlost $v = 310\,740\,000$ metrů za sekundu. Tuto hodnotu Maxwell srovnává s rychlostí světla ve vzduchu $c = 314\,858\,000\text{ ms}^{-1}$ (Fizeau, 1849) resp. $c = 298\,000\,000\text{ ms}^{-1}$ (Foucault, 1862) a s rychlostí světla ve vakuu $c = 308\,000\,000\text{ ms}^{-1}$ získanou měřením aberace. Shoda experimentálních hodnot v a c je pozoruhodná! Protože měření veličiny v byla prováděna ryze elektromagneticky (autor dokonce přímo píše, že “světlo bylo v tomto experimentu použito pouze tak, že se hledělo na měřící přístroje”), zatímco měření c se explicitně neopírala o elektřinu či magnetismus, činí Maxwell následující logický závěr:

Shoda těchto výsledků zřejmě prokazuje, že světlo a magnetismus jsou projevy téže substance a že světlo je elektromagnetický rozruch šířící se polem dle zákonů elektromagnetismu.

Geniální autor tak na pouhých čtyřech stránkách vytvořil elektromagnetickou teorii světla a sjednotil tím elektřinu a magnetismus s optikou; nepřímo ukázal i možnost existence elektromagnetických vln jiných vlnových délek. Jaké dalekosáhlé praktické důsledky, které ovšem naplno využilo až následující 20. století, bude tento jeho navýsost teoretický objev mít, nemohl samozřejmě Maxwell tehdy tušit. Připomeňme, že výdobytkem komunikační techniky oné doby byl telegraf; první použitelný telefon sestrojil profesor Bell až v roce 1876 ...

Článek [6] tím však nekončí. Maxwell dokazuje, že elektromagnetickým polem se mohou šířit pouze příčné vibrace, což opět koresponduje s optikou. Dává do souvislosti permitivitu prostředí s indexem lomu, počítá šíření vln ve vodivém prostředí, hodnotu amplitud elektrické i magnetické složky slunečního světla a šíření elektromagnetického vlnění anizotropním prostředím krystalu! V poslední části *Calculation of the Coefficients of Electromagnetic Induction* navíc ještě uvádí tři metody pro výpočet koeficientu vzájemné indukce proudových smyček obecného tvaru. Závěrem odtud odvozuje korekční členy, jimiž zpřesňuje měření prováděná Výborem britské asociace pro určení standardu elektrického odporu. To jen dokazuje všestrannost Maxwellovy osobnosti.

5 Traktát o elektřině a magnetismu

A Treatise on Electricity and Magnetism [7] je hlavní, nejslavnější a doslova životní dílo J. C. Maxwella. V tomto rozsáhlém tisícistránkovém traktátu autor shrnuje a na mnoha

místech originálním způsobem rozvíjí teorii elektromagnetismu, a to jak po stránce matematických formulací, tak po stránce fyzikální a pojmové. Maxwell pochopitelně navazuje na svou předchozí práci [6], kde poprvé představil rovnice pole jako ucelený systém (viz výše). V *Traktátu* jsou tyto rovnice uvedeny ve svazku II, části IV, kapitole IX *General Equations of the Electromagnetic Field*. Oproti [6] je však zde uváděná soustava rovnic fyzikálně propracovanější (zejména pokud jde o ujasnění různých materiálových vztahů) a matematicky elegantnější. Maxwell si byl vědom, že zápis soustavy diferenciálních rovnic pomocí kartézských složek veličin je zdlouhavý a nepřehledný, a proto navrhl kratší, symbolický zápis pomocí *kvaternionů*. Veličiny zapisuje pomocí “vektorů”, přičemž však pod tímto pojmem ještě nechápe vektor v dnešním obvyklém smyslu, ale rozumí jím “vektorovou část” kvaternionu (viz následující část příspěvku). Tyto “vektory” označuje německými gotickými písmeny (švabachem) ⁸. Veličiny a rovnice elektromagnetického pole pak mají tvar, který shrnujeme v následujících tabulkách

vektorové veličiny:

Maxwellova notace, 1873		dnešní vektorová notace	
radius vector of a point	$\rho = (x, y, z)$	$\vec{r} = (x, y, z)$	polohový vektor
electromagnetic momentum	$\mathcal{A} = (F, G, H)$	$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$	vektorový potenciál
magnetic induction	$\mathcal{B} = (a, b, c)$	$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$	magnetická indukce
total electric current	$\mathcal{C} = (u, v, w)$	$\vec{j} + \partial\vec{D}/\partial t$	\vec{j} +Maxwellův proud
electric displacement	$\mathcal{D} = (f, g, h)$	$\vec{D} = (D_x, D_y, D_z)$	elektrická indukce
electromotive force	$\mathcal{E} = (P, Q, R)$	$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$	elektrická intenzita
mechanical force	$\mathcal{F} = (X, Y, Z)$	$\vec{f} = (f_x, f_y, f_z)$	Lorentzova síla
velocity of a point	$\mathcal{G} = \dot{\rho} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$	$\vec{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$	rychlost
magnetic force	$\mathcal{H} = (\alpha, \beta, \gamma)$	$\vec{H} = (H_x, H_y, H_z)$	magnetická intenzita
intensity of magnetization	$\mathcal{J} = (A, B, C)$	$\vec{J} = (J_x, J_y, J_z)$	magnetická polarizace
current of conduction	$\mathcal{K} = (p, q, r)$	$\vec{j} = (j_x, j_y, j_z)$	proudová hustota

⁸Z důvodů lepší čitelnosti je zde přepisujeme kaligrafickým typem.

skalární veličiny:

Maxwellova notace, 1873		dnešní notace	
electric potential	Ψ	ϕ	skalární potenciál
magnetic potential	Ω	ϕ_m	magnetostatický potenciál
electric density	e	ρ	hustota náboje
density of magnetic ‘matter’	m	ρ_m	hustota magnetického náboje

materiálové veličiny:

Maxwellova notace, 1873		dnešní notace	
conductivity for electric currents	C	γ	měrná vodivost
dielectric inductive capacity	K	ε	permitivita
magnetic inductive capacity	μ	μ	permeabilita

rovnice:

Maxwellova notace, 1873		dnešní notace
magnetic induction	$\mathcal{B} = V\nabla\mathcal{A}$	$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$
electromotive force	$\mathcal{E} = V\mathcal{G}\mathcal{B} - \dot{\mathcal{A}} - \nabla\Psi$	$\vec{F}/q = \vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}$
mechanical force	$\mathcal{F} = V\mathcal{C}\mathcal{B} - e\nabla\Psi - m\nabla\Omega$	$\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B} + \rho\vec{E}$
magnetization	$\mathcal{B} = \mathcal{H} + 4\pi\mathcal{J}$	$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \vec{J}$
electric currents	$4\pi\mathcal{C} = V\nabla\mathcal{H}$	$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
current of conduction	$\mathcal{K} = C\mathcal{E}$	$\vec{j} = \gamma\vec{E}$
electric displacement	$\mathcal{D} = \frac{1}{4\pi}K\mathcal{E}$	$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$
total current	$\mathcal{C} = \mathcal{K} + \dot{\mathcal{D}}$	$\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
magnetic induction	$\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$	$\vec{B} = \mu\vec{H}$
electric volume-density	$e = S\nabla\mathcal{D}$	$\text{div}\vec{D} = \rho$
magnetic volume-density	$m = S\nabla\mathcal{J}$	$\text{div}\vec{J} = -\rho_m$
magnetic force	$\mathcal{H} = -\nabla\Omega$	$\vec{H} = -\nabla\Phi_m$

V následující kapitole nyní podrobně vysvětlíme výše uvedené kvaternionový zápis rovnic a Maxwellem použitou symboliku.

6 Od kvaternionů k vektorové analýze

Slovo “vektor” je odvozeno z latinského *vecto* : vozit, přenášet (*vector* doslova znamená nosič, jezdec). Představa síly jakožto fyzikální veličiny vektorového charakteru je sice pradávna⁹, abstraktní matematický formalismus vektorového prostoru však kupodivu vznikl dlouho a obtížně. Počátkem 19. století bylo k reprezentaci vektorů v rovině již běžně používáno komplexních čísel. Snaha postihnout obdobným způsobem pravidla pro operace s vektory v třírozměrném prostoru vyvolalo nutnost konstrukce “třírozměrných komplexních čísel”. Toho bylo dosaženo v roce 1843, kdy irský fyzik a astronom W. R. Hamilton (1805-1865) zavedl tzv. *kvaterniony*¹⁰.

Kvaternion je veličina, kterou lze zapsat ve tvaru $a = a_0 + a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$, kde a_i jsou skaláry (a_0 je “skalární část”, zbytek pak “vektorová část” kvaternionu, přičemž a_1, a_2, a_3 lze chápat například jako kartézské souřadnice v prostoru), zatímco hyperkomplexní jednotky $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ jsou analogony imaginární jednotky \mathbf{i} dobře známé z teorie komplexních čísel. Sčítání dvou kvaternionů je definováno obvyklým způsobem “po složkách”, násobení je určeno základními pravidly pro násobení jednotek $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}^2 &= \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = -1, \\ \mathbf{ij} &= \mathbf{k}, \quad \mathbf{jk} = \mathbf{i}, \quad \mathbf{ki} = \mathbf{j}, \\ \mathbf{ji} &= -\mathbf{k}, \quad \mathbf{kj} = -\mathbf{i}, \quad \mathbf{ik} = -\mathbf{j}. \end{aligned}$$

Součin dvou kvaternionů $a = a_0 + a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ a $b = b_0 + b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$ tudíž je

$$\begin{aligned} ab &= a_0b_0 - (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3) \\ &\quad + (a_0b_1 + a_1b_0 + a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} \end{aligned}$$

⁹Pravidlo pro skládání dvou vektorů vyslovil poprvé explicitně Galileo Galilei, v jistém smyslu bylo však známo již Aristotelovi.

¹⁰Téměř současně (na Hamiltonovi ovšem zcela nezávisle) zavedl v roce 1844 v Německu H. G. Grassmann (1809-1877) abstraktní matematický počet, v němž figurovaly n -rozměrné veličiny $a = a_1e_1 + a_2e_2 + \dots + a_n e_n$, kde a_i jsou skaláry a e_i jsou základní jednotky (dnes bychom řekli “vektory kartézské báze”). Grassmann zavedl dva druhy součinů: *vnitřní* (“skalární”) daný pravidlem $e_i/e_j = \delta_{ij}$, takže $a/b = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$, a *vnější* (“vektorový”), pro nějž $[e_i e_i] = 0$ a $[e_i e_j] = -[e_j e_i]$ pro $i \neq j$, takže pro $n = 3$ platí $[ab] = (a_2b_3 - a_3b_2)[e_2 e_3] + (a_3b_1 - a_1b_3)[e_3 e_1] + (a_1b_2 - a_2b_1)[e_1 e_2]$. Vidíme, že Grassmannův vnitřní součin je až na znaménko ekvivalentní skalární části Hamiltonova součinu kvaternionů a a b v případě, že výchozí kvaterniony nemají skalární část ($a_0 = 0 = b_0$, tj. jsou-li to vektory). Pokud navíc identifikujeme $[e_i e_j] = \varepsilon_{ijk} e_k$, je Grassmannův vnější součin ekvivalentní vektorové části kvaternionového součinu vektorů. Hlavní rozdíl obou koncepcí spočívá v tom, že v Hamiltonově teorii je vektor jen jednou částí kvaternionu, v Grassmannově algebře je vektor veličinou základní. Grassmannova práce, jakkoli byla originální a průkopnická mírou abstrakce, zůstala ovšem takřka neznámá ještě mnoho let po své publikaci.

$$\begin{aligned}
&+(a_0b_2 + a_2b_0 + a_3b_1 - a_1b_3)\mathbf{j} \\
&+(a_0b_3 + a_3b_0 + a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}.
\end{aligned}$$

Hamilton také zavedl kvaternionový diferenciální operátor označovaný ∇

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}.$$

Protože obrácená delta se podobá tvarem asyrské harfičce, navrhl W. R. Smith pro operátor ∇ jméno *nabla*. Aplikace ∇ na *skalární funkci* $f(x, y, z)$ dává vektor

$$\nabla f = \mathbf{i}\frac{\partial f}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial f}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial f}{\partial z}.$$

Aplikován na *vektorovou funkci* $\mathbf{v} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$ dává kvaternion

$$\begin{aligned}
\nabla\mathbf{v} &= \left(\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}) \\
&= -\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} - \frac{\partial v_3}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial v_1}{\partial y}\right)\mathbf{k}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Velkým propagátorem kvaternionového počtu byl prof. P. G. Tait, Maxwellův spolužák a dobrý přítel z Edinburghu (viz Dodatek). Kvaternionovou teorii nejen originálně rozvinul, ale také ji použil k řešení řady fyzikálních problémů především v mechanice. Maxwell byl s Taitovými pracemi dobře seznámen a kolem r. 1870 si uvědomil, že rovnice elektromagnetismu se dají mnohem přehledněji zapsat, pokud kvaternion $\nabla\mathbf{v}$ rozložíme na skalární a vektorovou část [11]. Maxwell zdefinoval *skalární část* $\nabla\mathbf{v}$ jako

$$S\nabla\mathbf{v} = -\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z}\right), \tag{2}$$

viz (1), a nazval ji *konvergencí* \mathbf{v} (tento výraz byl již znám z teorie kontinua, kde \mathbf{v} představovalo pole rychlosti proudění). Moderní pojem *divergence* zavedl krátce nato W. L. Clifford (1845-1879), $\text{div } \mathbf{v} \equiv -S\nabla\mathbf{v}$. Vektorovou část $\nabla\mathbf{v}$ označil Maxwell

$$V\nabla\mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_3}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial v_1}{\partial z} - \frac{\partial v_3}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{\partial v_1}{\partial y}\right)\mathbf{k} \tag{3}$$

a nazval ji *rotací* \mathbf{v} nebo též *curl* \mathbf{v} (tento výraz popisuje při proudění tekutiny její víření). Výraz *rot* \mathbf{v} , běžnější ve středoevropském prostoru, se vyskytuje jako synonymum *curl* \mathbf{v} . Právě tento význam uvedený v (2) a (3) mají symboly $S\nabla$ a $V\nabla$ v předchozí tabulce shrnující zápis rovnic použitý Maxwellem v jeho *Traktátu*¹¹.

¹¹Pro úplnost uvedme, že Maxwellův příspěvek k vektorové analýze spočívá též ve formulaci známých identit $\text{rot grad } f = 0$ a $\text{div rot } \mathbf{v} = 0$.

K překonání kvaternionového přístupu a ke vzniku moderní vektorové analýzy došlo posléze až na přelomu století především zásluhou Gibbse a Heavisida [12, 13]. Jejich práce byla zcela nezávislá, výsledky však (až na drobné rozdíly v zápisu) identické.

Američan J. W. Gibbs (1839-1903) byl profesorem matematické fyziky. V roce 1881 vznikl jeho spis *Elements of Vector Analysis*, který zprvu cirkuloval jen mezi jeho studenty a teprve v roce 1901 dostal knižní podobu [14] (knihu ovšem sepsal Gibbsův žák E. B. Wilson). O. Heaviside (1850-1925) byl britský elektroinženýr. Jeho práce byla proto zaměřena mnohem “praktičtěji” na aplikování Maxwellovy teorie. Kvaterniony navrhl jako nevhodný matematický nástroj a místo nich rozvinul vektorovou analýzu, kterou považoval za způsob zkráceného vyjádření složitých výrazů [15]. Srovnání Gibbsovy a Heavisideovou notace shrnuje následující tabulka:

operace	Gibbs	Heaviside
skalární součin	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	\mathbf{ab}
vektorový součin	$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$	\mathbf{Vab}
gradient	∇	∇
divergence	$\nabla \cdot$	div
rotace	$\nabla \times$	curl

7 Závěr

Když v roce 1864 předložil James Clerk Maxwell svou teorii elektromagnetismu, čekal její formalismus ještě téměř půlstoletý vývoj od původního zápisu v kartézských souřadnicích před kvaterniony až po dnešní vektorovou notaci. Obsah teorie však již byl úplný a nesl v sobě genetický kód nejen moderní teoretické fyziky (zejména velkého díla Einsteinova), ale také komunikační techniky dnešního světa — rádia, televize, počítačových sítí ...

Bylo to však teprve semínko, které mělo vzklíčit. Je osudem velkých géniů fyziky předstihnout svými teoriemi dobu natolik, že sklízet sladké plody technických aplikací svých myšlenek jim není dáno. Takový byl osud Faradayův: ve své známé odpovědi na otázku ohledně možného využití jeho objevu indukce se vyjádřil: “K jakému užitku je dítě?”. Faradayovo “dítě” postupně dospělo — díky úsilí jiných — a předalo světu elektromotory, elektrárny, telefony ... V roce 1878, dva roky po Bellově vynálezu, přednesl Maxwell v Cambridgi přednášku nazvanou “*O telefonu*”, ve které řekl: “Elektrickým principem, na němž je Bellův telefon založen, je jev indukce objevený Faradayem již v roce 1831.”

Tak jako Faraday, přenechal ovšem i Maxwell technické aplikace svých rovnic jiným. Necelých deset let po Maxwellově smrti byla existence elektromagnetických vln experi-

mentálně ověřena. Byl to Heinrich Rudolf Hertz ¹² (1857-1894), kdo v letech 1887-1888 jasně prokázal, že oscilační výboj kondenzátoru lze detekovat (zprvu jen prostřednictvím malých elektrických jiskřiček přeskakujících mezi blízkými konci přerušného kruhového vodiče – induktoru). Ověřil též základní vlastnosti Maxwellem předpovězených vln, jako je šíření rychlostí světla, lom, odraz, polarizace či možnost jejich fokusace. Později se k detekci začal používat tzv. koherer (skleněná trubička naplněná kovovými pilinami v mezeře mezi dvěma koncovými kontakty). A odtud byl již jen krůček k patentu “bezdrátového telegrafu” (Marconi, 1896). První transatlantický přenos signálu mezi Corwallem a Newfoundlandem uskutečnil Marconi 12.12.1901. První komerční rádiové vysílání začalo v Pittsburgu v roce 1920 a o dva roky později v USA vysílalo již 569 rozhlasových stanic ! Radar a televize vznikly v následujícím desetiletí, komunikační revoluce vypukla naplno...

Asi málokterý počín devatenáctého století byl tak těhotný svými důsledky pro budoucí staletí a milénia, jako Maxwellův teoretický objev.

Reference

- [1] L. Campbell, W. Garnett: *The Life of James Clerk Maxwell* (MacMillan and Co., London, 1882).
- [2] I. Tolstoy: *James Clerk Maxwell: A Biography* (Canongate, Edinburgh, 1981).
- [3] M. Goldman: *The Demon in the Aether: the Story of James Clerk Maxwell* (Paul Harris Publishing, Edinburgh, 1983).
- [4] J. C. Maxwell: “On Faraday’s Lines of Force”, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. X, Part I, 1855-56.
- [5] J. C. Maxwell: “On Physical Lines of Force”, *Philosophical Magazine*, Vol. XXI, 1862.
- [6] J. C. Maxwell: “A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field”, *Royal Society Transactions*, Vol. CLV, 1864.
- [7] J. C. Maxwell: “*A Treatise on Electricity and Magnetism*”, Clarendon Press, Oxford, 1873.
- [8] W. D. Niven (ed.): *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1890 republished by Dover, New York, 1965).
- [9] J. C. Maxwell: “Illustration of the Dynamical Theory of Gases”, *Philosophical Magazine*, January and July 1860.

¹²Současně a nezávisle prováděl analogické experimenty Oliver Lodge v Liverpoolu.

- [10] W. Thomson: “On a Mechanical Representation of Electric, Magnetic and Galvanic Forces”, *Camb. and Dub. Math. Jour.*, Jan. 1847.
- [11] J. C. Maxwell: v dopise P.G. Taitovi ze dne 7.11.1870, poprvé tiskem v “On the Mathematical Classification of Physical Quantities”, *Proceedings of the London Mathematical Society*, Vol. III, No. 34, 1871.
- [12] M. J. Crowe: *History of Vector Analysis* (University of Notre Dame Press, Indiana, 1967).
- [13] M. Kline: *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (Oxford University Press, Oxford, 1972).
- [14] J. W. Gibbs, E. B. Wilson: *Vector Analysis* (Dover, New York, reprint 1960).
- [15] O. Heaviside: *Electromagnetic Theory* (Dover, New York, reprint 1925).

8 Dodatek: ukázky z Maxwellovy básnické tvorby

Óda věnovaná Taitovi, “hlavnímu muzikantovi na nablů”

(sepsáno během zasedání “British Association” v Edinburghu, 1871)

I come from fields of fractured ice,
 Whose wounds are cured by squeezing,
 Melting they cool, but in a trice,
 Get warm again by freezeing.
 Here, in the frosty air, the sprays
 With fern-like hoar-frost bristle,
 There, liquid stars their watery rays
 Shoot through the solid crystal.

I come from empyrean fires —
 From microscopic spaces,
 Where molecules with fierce desires,
 Shiver in hot embraces.
 The atoms clash, the spectra flash,
 Projected on the screen,
 The double D, magnesian *b*,
 And Thalliums living green.

...

Go to! prepare your mental bricks,
Fetch them from every quarter,
Firm on the sand your basement fix
With best sensation mortar.
The tower shall rise to heaven on high —
Or such an elevation,
That the swift whirl with which we fly
Shall conquer gravitation.

*Přicházím z krajin rozlámaných ledů,
Jichž rány se tlakem zacelují,
Chladí se tavením, však v okamžiku,
Mrznouc se nazpět ohřívají.
Zde, na mrazivém vzduchu tříště spršky
V kapradové bodliny se mění,
Tam, kapalné hvězdy své vodné paprsky
skrz naskrz pevnými krystaly vystřelují.*

*Přicházím od nebeských ohňů —
Z prostorů mikroskopických,
Kde molekuly s divokými touhami,
Chvějí se v horoucích objetích.
Sráží se atomy, blýskají se spektra,
Na stínítko promítaná,
Dublet D, hořčíkové b,
I thaliová živě zelená.*

...

*Kupředu! připravte cihly svých myšlenek,
Ze všech stran světa je sneste,
Zpevněte základy na písku stojící
Nejlepší maltou vašich smyslů.
Potom věž vyrostě do nebeských výšin —
Až tam, kde létají jen ptáci,
A prudkým vírem, ve kterém vyneseme se
Překonáme i gravitaci.*

Telegrafická zpráva ženě ke sv. Valentinovi

O tell me, when along the line
From my full heart the message flows,
What currents are induced in thine ?
One click from thee will end my woes.

Through many an Ohm the Weber flew,
And clicked this answer back to me, —
“I am thy Farad, stout and true,
Changed to a Volt with love for thee.”

*Pověz, když podél telegrafních drátů
Z plného srdce mého vzkazy putují,
Jaké jsou proudy, jež indukují v Tobě ?
Jediné kliknutí od Tebe mé hoře zkonejší.*

*Skrz mnoho Ohmů proték' Weber ,
A vyťukal mi nazpět Tvoji odpověď, —
“Já jsem Tvůj Farad, pevný a věrný,
Změněný ve Volt z mé lásky pro Tebe.”*

Ženě

All powers of mind, all force of will,
May lie in dust when we are dead,
But love is ours, and shall be still,
When earth and seas are fled.

*Všechny moci mysli, všechny síly vůle,
Na prach se obrátí zlou smrtí rozdupány,
Však láska naše je a jistě bude stále,
Až zemi opustíme i její oceány.*

9 Obrazová příloha

Obr.1 Malý James se svou maminkou.

Obr.2 Maxwell jako mladý muž.

Obr.3 James Clerk Maxwell ve zralém věku.

Obr.4 Maxwellův rukopis — náčrt obsahu *Traktátu*.